كلية الدراسات العليا

دائرة التربية

التمثيلات المتعددة في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي ومدى استخدام المعلمين لها

Multiple Representations in an Algebra Unit of Grade Seven Mathematics Textbook and the Extent of their Use by Teachers

اعداد

أنور شاكر داوود رستم

إشراف

د. فطين مسعد (رئيساً)

أيار ٢٠١٢م

Birzeit, Palestine

دائرة التربية

التمثيلات المتعددة في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي ومدى استخدام المعلمين لها.

Multiple Representations in an Algebra Unit of Grade Seven Mathematics Textbook and the Extent of their Use by Teachers.

اعداد

أنور شاكر داوود رستم

أيار ٢٠١٢م

إشراف

د. فطين مسعد (رئيساً)

د. حسن عبد الكريم (عضواً) **د. علا الخليلي (عضواً)**

قدمت هذه الرسالة استكمالاً لمتطلبات درجة الماجستير في التربية من كلية الدراسات العليا في جامعة بيرزيت- فلسطين

Birzeit, Palestine

كلية الدراسات العليا

دائرة التربية

التمثيلات المتعددة في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي ومدى استخدام المعلمين لها.

Multiple Representations in an Algebra Unit of Grade Seven Mathematics Textbook and the Extent of their Use by Teachers.

اعداد

أنور شاكر داوود رستم

نوقشت بتاريخ: ٢/ ٥/ ٢٠١٢م

اللجنة المشرفة

د. فطين مسعد (رئيساً)

.....

د. حسن عبد الكريم (عضواً) **د. علا الخليلي (عضواً)**

..... **.....**

الإهداء

إلى روح والدتي الطاهرة: رمز الحنان والمحبة والعطاء، والتي علمتني العمل الصادق المخلص الجاد، من أجل الوصول إلى الهدف، رحمها الله وأسكنها فسيح جناته.

إلى روح والدي الطاهرة: رمز العطاء والبذل والتضحية، الذي علمني ورباني فأحسن تربيتي وتعليمي، والذي كان دوما يردد "غرسوا فأكلنا ونغرس فيأكلون"، حثا لي على العمل وبذل الجهد باستمرار، فأعطاني دافعاً قوياً من أجل النهوض والمضي إلى الأمام وعدم الخنوع والركوع والتخاذل، رحمه الله وأسكنه فسيح جناته.

إلى زوجتي الغالية: رمز الكفاح والسخاء، والتي تحملت من أجلي الكثير، والتي أوقدت في عروقي الأمل والطموح، وكانت دوما الداعم والمساند في مسيرتي التعليمية، ووقفت معي وشاطرتني السهر والجهد والمعاناة خلال دربي الطويل، أمد الله في عمرها وحفظها من كل سوء.

إلى أولادي وبناتي: دمي الذي ينبض في عروقي، وروحي التي في جسدي، التي أرجو الله أن ينوِّر قلوبهم بالإيمان، ويعلمهم ما ينفعهم ويجعلهم منارات للعلم والعطاء.

إلى إخوتي وأخواتي جميعاً: أشقاء روحي وسندي وذخري، والذين أفتخر بهم، ودوما المشجع والمساند لي في الحياة ورحلة العلم.

إلى جميع أساتذتي الذين علموني وساعدوني وبدونهم ما كنت وصلت.

إلى وطني فلسطين، وأرواح شهداء فلسطين.

إلى كل هؤلاء جميعاً أهدي هذا العمل المتواضع، راجياً من الله التوفيق والنجاح والسداد، وأتمنى أن ينفع به أهل العلم ويكون عند حسن ظن الجميع.

الباحث

شكر وتقدير

الحمد والشكر الخالص لله تعالى في عليائه الذي أنعم علي وحبب إلي العلم، وأمدني بالعزم والصبر ووهبني الصبر والهدى والتوفيق لإنجاز هذا العمل المتواضع.

كما وأتقدم بعظيم الشكر والإمتنان إلى أستاذي ومشرفي **الدكتور فطين مسعد**، على صبره وسعة صدره وتحمله لأسئلتي وزياراتي المتواصلة، وعلى إشرافه وتوجيهه ومتابعته لهذا العمل، وأنحني احتراماً له وتقديراً وإجلالا لوقوفه إلى جانبي منذ بداية هذا العمل إلى أن أصبح جاهزاً في حيز الوجود، وأثمن عالياً جهده الدءوب بالمتابعة، وأفكاره ونصائحه السديدة التي لم يقصِّر يوما بإسدالها عليّ.

كما أتقدم بجزيل الشكر والتقدير إلى عضو لجنة النقاش **الدكتور حسن عبد الكريم**، على نصحه لي من أول فصل لي في البرنامج، والذي ساعدني لأسير على الطريق الصحيح لانجاز هذا العمل، وعلى تفضله بنقاش هذه الرسالة.

كما أتقدم بخالص الشكر لعضو لجنة النقاش **الدكتورة علا الخليلي**، على تفضلها بقبول نقاش هذه الرسالة، وتشجيعها لي.

كما أتقدم بالشكر والتقدير لكل **أساتذة دائرة المناهج والتعليم**، من كان لي الفخر أن أكون أحد طلبتهم، ومن لم يحالفني الحظ لذلك، لأنهم لم يقصروا يوما باسدال النصيحة، فكانوا جميعا خير مساعدين لي في مسيرتي التعليمية.

وأتوجه بالشكر لكل موظفي وموظفات الدائرة المحترمين.

والشكر لقسم مبحث الرياضيات في وزارة التربية والتعليم الفلسطينية ورئيسه الذين كانوا معينين لي في كل ما أحتاجه من المناهج.

كما أتوجه بالشكر لمديرية التربية والتعليم في رام الله، ولقسم الإشراف في المديرية الذين أبدوا تعاونا كاملا لإتمام هذا العمل.

كما أخص بالشكر والتقدير كل مدراء ومديرات المدارس التي تم اختيارها لتكون العينة لهذه الدراسة على تعاونهم الكامل لإنجاح هذا العمل المتواضع.

والشكر كل الشكر لكل المعلمين والمعلمات الذين/ اللواتي كانوا العينة لهذه الدراسة.

كما أود أن أتقدم بالشكر إلى طلبة الصف السابع الأساسي الذين طبقت عليهم دراستي.

كما أتقدم بالشكر لمدير مدرستي وزملائي في المدرسة الذين تعاونوا معي.

كما أتقدم بجزيل الشكر لكل من الأساتذة، الأستاذ حسين معالي، والأستاذ عاهد سمحان لتدقيقهم اللغوي للدراسة، وللمعلمة بيان لمراجعتها الملخص بالانجليزية.

ولا يفوتني أن أتقدم بخالص الشكر والتقدير إلى زملائي من طلبة الماجستير.

ولن أنسى أن أتقدم بالشكر لزوجتي وأبنائي وإخوتي وأخواتي وأقربائي وأهل بلدي على دعمهم المتواصل لي، وعلى تشجيعهم ودعواتهم المستمرة لي بالنجاح.

الباحث

قائمة المحتويات

الموضوع الصفحة

الإهداء..... أ
شكر وتقدير..... ج
قائمة المحتويات..... هـ
قائمة الملاحق..... ح
قائمة الجداول..... ط
قائمة الأشكال..... ك
ملخص الدراسة باللغة العربية..... ل
ملخص الدراسة باللغة الإنجليزية (ABSTRACT)..... ن

الفصل الأول: المقدمة وخلفية الدراسة..... ١
١:١ خلفية الدراسة..... ٣
١: ٢ أهداف الدراسة..... ٥
١: ٣ مشكلة الدراسة وأسئلتها..... ٥
١: ٤ تعريف المصطلحات..... **٨**
١: ٥ أهمية الدراسة ومبرراتها..... **١٠**
١: ٦ حدود الدراسة..... **١٤**
١: ٧ المسلمات..... **١٤**
الفصل الثاني: الإطار النظري والدراسات السابقة..... ١٥

٢: ١ الإطار النظري..... ١٥
٢: ٢ الدراسات السابقة..... ٢٠
٢: ٢: ١ الدراسات التي تظهر أهمية التمثيلات الرياضية المتعددة..... ٢١
٢: ٢: ٢ المراوحة بين التمثيلات الرياضية والفهم الرياضي..... ٣٢

٢: ٢: ٣ استخدام المعلمين والمنهاج للتمثيلات الرياضية المتعددة..... ٣٦
٢: ٢: ٤ ملخص الدراسات السابقة..... ٤٤
الفصل الثالث: منهجية دراسة وإجراءاتها..... ٤٦
٣: ١ منهجية الدراسة..... ٤٦
٣: ٢ مجتمع الدراسة..... ٤٧
٣: ٣ عينة الدراسة..... ٤٧
٣: ٤ أدوات الدراسة..... ٤٨
٣: ٥ صدق أداة التحليل..... ٥٢
٣: ٦ ثبات الأداة..... ٥٣
٣: ٧ إجراءات الدراسة..... ٥٥
٣: ٨ المعالجة الإحصائية..... ٥٨
الفصل الرابع: نتائج الدراسة..... ٦١
٤: ١ للإجابة على السؤال الأول..... ٦١
٤: ١:١ النتائج المتعلقة بالتمثيلات..... ٦٢
٤: ١: ٢ ملخص نتائج التمثيلات المتوفرة في الوحدة ٦٨
٤: ١: ٣ النتائج المتعلقة بالمراوحات بين التمثيلات المختلفة..... ٦٨
٤: ١: ٤ ملخص نتائج المراوحات المتوفرة في الوحدة ٧٧
٤: ٢ للإجابة على السؤال الثاني..... ٧٩
٤: ٢: ١ النتائج المتعلقة بالمعلم نادر..... ٨٠
٤: ٢: ٢ النتائج المتعلقة بالمعلم سالم..... ٨٣
٤: ٢: ٣ النتائج المتعلقة بالمعلمة أمل..... ٨٦
٤: ٢: ٤ النتائج المتعلقة بمعدل النتائج لكل المعلمين من أفراد العينة..... ٨٨
٤: ٢: ٥ ملخص نتائج استخدام المعلمين للتمثيلات الرياضية المتعددة..... ٩٠
٤: ٢: ٦ ملخص نتائج استخدام المعلمين للمراوحات بين التمثيلات المتعددة..... ٩١
٤: ٣ ملخص نتائج الدراسة..... ٩٢
الفصل الخامس: مناقشة النتائج والتوصيات..... ٩٥

٥: ١ مناقشة نتائج السؤال الأول..... ٩٦
٥: ٢ مناقشة نتائج السؤال الثاني..... ١٠١
٥: ٣ التوصيات..... ١٠٧
المراجع..... ١١٠
١) المراجع العربية..... ١١٠
٢) المراجع الأجنبية:..... ١١٢

قائمة الملاحق

رقم الملحق	الموضوع	رقم الصفحة
ملحق رقم (١)	إذن الوزارة	**١٢١**
ملحق رقم (٢)	جدول التمثيلات والمراوحات بينها المستخدمة في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع.	**١٢٢**
ملحق رقم (٣)	جدول التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها المستخدمة في حصص المعلم سالم.	**١٣٣**
ملحق رقم (٤)	جدول التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها التي استخدمها المعلم نادر في حصصه.	**١٣٧**
ملحق رقم (٥)	جدول التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها التي استخدمتها المعلمة أمل في حصصها.	**١٤٤**
ملحق رقم (٦)	أسئلة مقترحة لمقابلة العينة من المعلمين المشاركين في الدراسة.	**١٤٩**

قائمة الجداول

رقم الجدول	عنوان الجدول	الصفحة
١	جدول التمثيلات والمراوحات بينها المستخدمة في الكتاب المدرسي.	٥٠
٢	التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها التي استخدمها المعلم نادر في حصصه.	٥١
٣	معاملات ثبات تحليل الجوانب الرئيسية في تحليل الباحث للمرة الأولى والثانية.	٥٤
٤	معاملات ثبات تحليل الجوانب الرئيسية في تحليل الباحث وتحليل معلم آخر.	٥٥
٥	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات المتوفرة للمفاهيم في الوحدة.	٦٢
٦	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات المستخدمة لتوضيح الأمثلة في الوحدة.	٦٣
٧	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات المستخدمة في التدريبات الصفية في الوحدة.	٦٥
٨	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمارين والمسائل في الوحدة.	٦٦
٩	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات في جميع المجالات في الوحدة.	٦٧
١٠	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة للمفاهيم الجبرية في الوحدة.	٦٩
١١	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة في الوحدة للأمثلة.	٧١
١٢	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة في التدريبات الصفية في الوحدة.	٧٢

١٣	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة للتمارين والمسائل في الوحدة.	٧٤
١٤	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة في الوحدة لكل المجالات.	٧٦
١٥	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات التي استخدمها المعلم نادر في شرحه لوحدة الجبر.	٨٠
١٦	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات التي استخدمها المعلم نادر في شرحه لوحدة الجبر.	٨٢
١٧	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات التي استخدمها المعلم سالم في شرحه لوحدة الجبر.	٨٤
١٨	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات التي استخدمها المعلم سالم في شرحه لوحدة الجبر.	٨٥
١٩	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات التي استخدمتها المعلمة أمل في شرحها لوحدة الجبر.	٨٦
٢٠	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات التي استخدمتها المعلمة أمل في شرحها لوحدة الجبر.	٨٧
٢١	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات التي استخدمها كل المعلمين من أفراد العينة.	٨٨
٢٢	المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات التي استخدمها المعلمون في شرحهم لوحدة الجبر.	٨٩

قائمة الأشكال

رقم الشكل	العنوان	رقم الصفحة
١	نموذج ليش وبوست وبير (Lesh, Post & Behr) للتمثيلات الرياضية الخارجية.	١٨
٢	نموذج ليش وكريمر ودوير وبوست وزاوجيسكي (Lesh, Cramer, Doerr, Post & Zawojewski) للتمثيلات الرياضية.	١٩
٣	النسبة المئوية لاستخدام الوحدة للتمثيلات المختلفة والنسبة المئوية لكل مراوحة بينها.	٧٨
٤	النسب المئوية لمعدل استخدام المعلمين من أفراد العينة للتمثيلات والمروحات بينها في شرحهم لوحدة الجبر.	٩٤

ملخص الدراسة

هدفت هذه الدراسة إلى تحديد أنواع التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها، والتي تتوفر في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي في فلسطين، ومقارنتها مع الوضع المثالي طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه حول التمثيلات المتعددة. كما هدفت إلى تحديد التمثيلات المتعددة والمراوحات بينها التي يستخدمها معلمو وحدة الجبر– نفسها– ومقارنتها مع كلٍ من الوضع المثالي طبقا لنموذج لش (Lesh)، ومع التمثيلات المتوفرة في وحدة الجبر من الكتاب المدرسي.

ولهذا الغرض وضع الباحث دليلاً لتحليل الوحدة، يمكّنه من رصد جميع التمثيلات والمراوحات بينها في الكتاب المدرسي، أو في تقديم المعلم للوحدة. وقد تم في هذه الدراسة الكمية– الكيفية تحليل وحدة الجبر، وتفريغ نتائج التحليل من التمثيلات الرياضية المستخدمة والمراوحات بينها في جدول خاص، وللتأكد من صدق التحليل قام الباحث بعرضه على أربعة محكمين من ذوي الاختصاص، حيث أعطوا موافقتهم على التحليل وأسلوبه. ولفحص ثبات التحليل، استخدم الباحث أسلوب إعادة التحليل بنفسه، وتحليل باحث آخر قام بتدريبه على استخدام دليل التحليل، وتم حساب معامل ثبات كابا (Kappa) ونسبة التوافق، والتي أفادت بوجود توافق مقبول بين التحليلين.

قام الباحث بمشاهدة خمس حصص لكل معلم من أفراد العينة الثلاثة، ورصد كل التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها التي استخدمها كل معلم من أفراد العينة، ووضع الباحث علامة واحدة لكل تمثيل ولكل مراوحة متوفرة، وصفراً إذا لم يُستخدم التمثيل أو المراوحة، وتم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لعلامات كل تمثيل وكل مراوحة.

وأظهرت النتائج أن تمثيلي استخدام الرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي (استخدام اللغة المحكية) توفرّا بشكل مرتفع جداً في وحدة الجبر، ، بينما تبيّن أن التمثيلات الثلاث الأخرى وهي الصور والمجسمات والمواقف الحياتية، وجميع المراوحات بين التمثيلات توفّرت بنسب منخفضة أو منخفضة جداً. كما بينّت النتائج أن استخدام المعلمين لتمثيلي الرموز المكتوبة واللغة المحكية مرتفع جداً، ولكنه تراوح بين منخفض ومنخفض جداً للتمثيلات الثلاث الأخرى وللمراوحات بينها.

واستناداً إلى النتائج أوصى الباحث القائمين على وضع مناهج الرياضيات بتوفير تمثيلات ومراوحات بينها بشكل أفضل في مناهج الرياضيات الفلسطينية، وتدريب المعلمين على استخدامها بشكل فعّال، وكذلك أوصى المعلمين بتوفير واستخدام تمثيلات رياضية متعددة ومراوحات بينها في تعليمهم للرياضيات، كما أوصى بعمل أبحاث مستقبلية للمقارنة بين مناهج الرياضيات الفلسطينية ومناهج دول تحصيلها في الاختبارات العالمية مرتفع مثل سنغافورة، من حيث مدى استخدامها للتمثيلات والمراوحات بين التمثيلات.

ABSTRACT

Multiple Representations in an Algebra Unit of Grade Seven Mathematics Textbook and the Extent of their Use by Teachers.

This study aimed at identifying types of multiple representations and translations between them, which are available in an algebra unit of seventh grade **P**alestinian mathematics textbook, and comparing them with the ideal situation where all representations and translations are used, as provided by Lesh Model. It also aimed at identifying representations and translations among them, used by teachers in teaching the same Algebra unit, and compare the frequency of this use with the ideal situation, and with the representations in the textbook.

For this purpose, the researcher designed a guidebook for analyzing the Algebra unit, which enables him to identify all representation and translations in the Algebra unit, or representations and translation demonstrated by the teacher during his Algebra lessons. In this qualitative- quantitative study, an algebra unit was analyzed using the above-mentioned instrument. The identified representations and translations were arranged in a table. In constructing validity of this analysis, it was referred to four specialists in mathematics education who gave their consent to the analysis. In establishing the reliability of the analysis, the author compared his analysis with the analysis of another

mathematics teacher trained by the researcher, and with a replication of the analysis performed by the researcher himself. The Kappa value and the percentage of compatibility showed sufficient consistency between the analyses.

The researcher attended five classes for each of the three teachers involved in the study, and recorded all the representations and translations among them, used by each of the three teachers.

The researcher gave one mark for each representation, and each translation between them, and zero mark if no representation or translation was used. The mean and standard deviation for each type of representation and for each translation between them was calculated.

The results showed that the verbal representations, and the use of written symbols, were very highly used in the Algebra unit, while the three other representations of using pictures, 3-D models, and real life situations, and translations among them, were either rarely or very rarely used. Results also showed that teachers' use of written symbols and verbal representations were very high, while their use of the three other representations, and for the translations among them was extremely low.

Based on the results, the researcher recommended that educators and textbook writers involved in development of the mathematics curriculum and textbooks, need to enrich curriculum and textbooks with multiple representations and translations between them, and train teachers to use

them effectively. He also recommended that teachers be trained in the use of multiple representations and translations among them, and be urged to use them in their teaching. The researcher recommended that future research be carried out to compare representations in the Palestinian mathematics curriculum with other developed countries' curricula, especially countries who scored high in the TIMSS test such as Singapore.

الفصل الأول

المقدمة وخلفية الدراسة

رغم التطور والتقدم المشهودين في حقل التعليم من مناهج وأساليب تدريس، وعلى الرغم من الجهد الكبير الذي بُذل من أجل وضع مناهج فلسطينية، تتماشى مع التقدم العلمي، وتلبي حاجة الوضع التعليمي الفلسطيني، إلا أن العملية التعليمية التعلمية في الرياضيات ما تزال تواجه مشكلة، وأن أهم ما يُظهِر هذه المشكلة، تدني التحصيل الرياضي لدى الطلبة في مختلف المراحل التعليمية، وتشير الدراسات إلى ضعف الطلبة في المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية في الرياضيات، وأن لدى بعض الطلبة صعوبات عامة في الجبر، وضعف في فهم المفاهيم الجبرية الأساسية، وهذه الصعوبات تتمثل في معرفة طبيعة المتغيرات، وكتابة المعادلات أو التعابير، وفهم استخدام الأشكال المختلفة للتمثيلات، واستدعاء الصيغ المختلفة واستخدامها، كما وُجِد أن مصدر الخطأ كان في بعض الأحيان المفهوم الجبري (الابراهيم، ٢٠٠١؛ Dindyal, 2003). ويرى شُونفِلد (Schoenfeld, 1987) أن الصعوبة في تعلم الرياضيات لا تكمن في المحتوى الرياضي، ولكن في تنظيم المفاهيم الرياضية وفهم تلك المفاهيم.

وأظهرت الدراسات أن استخدام التمثيلات الرياضية بشكل فعّال يُحسّن ويُعمّق فهم الطلبة للمواضيع الرياضية، ومن خلال استخدام التمثيلات الرياضية، يتمكن الطلبة من فهم معاني المفاهيم الرياضية (Ozel, n.dt).

وتُعرّف التمثيلات الرياضية على أنها جزء من عملية بناء المعرفة، والذي يمكن تشكيلها إما بمشاركة الأفكار بين شخصين أو أكثر، أو من خلال البناء الفردي (Luitel, n. dt). وعرّفها أسلي (Asli, 2001) بأنها تجسيدات رياضية للمفاهيم والأفكار الرياضية، كي تعطي نفس المعلومات بأكثر من شكل.

ويرى المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (National Council of Teacher of Mathematics (NCTM), 2000)، أن استخدام الطلبة للتمثيلات الرياضية المتعددة، تُساعدهم على حل المسائل الرياضية وتُعمّق استيعابهم للمفاهيم الرياضية. وأنه يجب التعامل مع التمثيلات الرياضية المتعددة، كعناصر أساسية في دعم تعلم الطلبة للمفاهيم الرياضية، وفي إيصال الفهم للطالب نفسه وللآخرين، وتُساعد في تنظيم أفكار الطلبة الرياضية. وأن الطرق التي تُمثل فيها الأفكار الرياضية مهمة لكي يستطيع الشخص فهم واستعمال تلك الأفكار.

لهذا ارتأى الباحث أن يبحث في أنواع التمثيلات الموجودة في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات المقرر للصف السابع الأساسي، ومدى استخدام معلمي هذا الصف لهذه التمثيلات، لِما في التمثيلات الرياضية من قدرة على توضيح المفهوم الرياضي بأكثر من شكل، مما يُسهّل على الطالب فهم المفهوم أو الفكرة الرياضية.

١:١ خلفية الدراسة:

على الرغم من الجهد الذي بُذِل لتطوير عملية تعليم وتعلم الرياضيات، إلا أنه ما زال هناك قصور في هذه العملية، وأهم ما يُظهر هذا القصور، هو ضعف التحصيل لدى الطلبة (عبيد، ٢٠٠٤).

ويرى أبو زينة (٢٠٠٣) أن الأساليب والوسائل والأنشطة، هي حلقة الوصل بين الطالب والمعرفة. لذا كان لا بد للتربويين والعاملين في مجال التربية والتعليم من تحديد الوسائل والأساليب التعليمية الحديثة، التي يتم عن طريقها نقل المعرفة إلى الطلاب، وإعداد المعلمين المدربين الذين بإمكانهم استخدام تلك الأساليب الفعّالة، والبحث عن أساليب أخرى تُساعدهم على تطوير وتحسين العملية التعليمية– التعلمية.

ولم يُهمل المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM) هذا الجانب، فقد أكد على الحاجة إلى معلمين مدربين بشكل جيد ومبدعين، ولم يُهمل المناهج، فوضع مجموعة من المبادئ والمعايير التي تضمنت تحديد المحتوى الذي يجب أن يتعلمه الطلاب، والطرائق التي يجب أن يتعلموا بها هذا المحتوى، وذلك للصفوف من الروضة إلى الصف الثاني عشر. وكان من بين تلك المعايير والتي ركز عليها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) التمثيلات الرياضية. ومعيار التمثيلات الرياضية كان قبل عام ٢٠٠٠م معياراً من ضمن معايير العمليات، ولكن (NCTM) أظهره في عام ٢٠٠٠م كمعيار مستقل، وذلك لأهميته. وكان من أهم أهداف هذا المعيار، أن منهاج الرياضيات يجب أن يُمكّن الطالب من:

- بناء واستخدام التمثيلات الرياضية من أجل تنظيم وتوصيل الأفكار الرياضية.

- بيان الطرق التي من خلالها يتم تمثيل الأفكار الرياضية، والذي يُظهر مدى فهم الطلاب لتلك الأفكار.
- استعمال التمثيلات لنمذجة المسائل الرياضية الحياتية وتفسيرها.
- استعمال التمثيلات لترجمة وتطبيق المسائل الكلامية.

ويُشير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) إلى أن التمثيلات ضرورية لفهم الطلبة للمفاهيم الرياضية والعلاقات بينها. وهي تسمح للطلبة بالتواصل الرياضي، والنقاش، وفهم أنفسهم والآخرين، وتسمح لهم إدراك العلاقات بين المفاهيم ذات العلاقة، وأن يُطبقوا الرياضيات في المسائل الواقعية. وأنه يجب التعامل مع التمثيلات الرياضية على أنها عناصر أساسية في دعم تعلم الطلاب للمفاهيم والعلاقات الرياضية، وأن التمثيلات الرياضية المكتوبة للأفكار الرياضية، هي جزء مهم من تعلم الرياضيات والتعامل معها، وأنها تُساعد الطلبة في جعل أفكارهم الرياضية محسوسة وتُساعد على تنظيمها.

وباستخدام الطالب للتمثيلات المختلفة للمفهوم الرياضي يُظهر فهمه للمفهوم (بدوي، ٢٠٠٣). وتُشير الكثير من الدراسات إلى التأثير الايجابي لاستخدام التمثيلات الرياضية في تعليم وتعلم الرياضيات، ولهذا رأى الباحث أنه من المهم معرفة مدى استخدام هذه التمثيلات في كتب الرياضيات الفلسطينية، واستقصاء مدى استخدام المعلمين لها في الصفوف المدرسية.

١: ٢ أهداف الدراسة:

تهدف هذه الدراسة إلى:

(١) معرفة التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها، المستخدمة في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي في فلسطين، وذلك من خلال تحليل وحدة الجبر في الكتاب المقرر في الرياضيات للصف السابع.

(٢) معرفة مدى كفاية التمثيلات والمراوحات المستخدمة في نفس الوحدة، ومقارنتها مع الوضع المثالي للتمثيلات والمراوحات بينها طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه.

(٣) تحديد مدى استخدام معلمي ومعلمات الرياضيات من أفراد العينة لهذه التمثيلات والمراوحات بينها.

(٤) تحديد مدى كفاية التمثيلات التي يستخدمها المعلمون في الصف الدراسي، مقارنةً مع تلك الموجودة في الكتاب المقرر.

(٥) تحديد مدى كفاية التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها، التي يستخدمها المعلمون في الصف الدراسي طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه.

١: ٣ مشكلة الدراسة وأسئلتها:

إن مشكلة تدني التحصيل كما دلت نتائج الاختبارات الدولية مثل دراسة التوجهات الدولية في الرياضيات والعلوم (التمس) (Trends in International Mathematics (TIMSS) and Science Study, 2003, 2007)، من المشاكل التي تؤرق وتشغل بال التربويين بشكل عام، وتدني التحصيل في الرياضيات – بشكل خاص– هي من أهم مشاكل

الرياضيات في جميع مراحل التعليم، والتي تشغل بال التربويين والمهتمين بتعليم الرياضيات، وهي واحدة من التحديات التي تواجه المختصين في مجال تعليم الرياضيات وتعلمها.

ومن خلال خبرة الباحث كمعلم رياضيات، وكعضوٍ في لجنة مبحث الرياضيات، لاحظ وجود هذه المشكلة بشكل واضح في المدارس التي درّس فيها، وتلك التي كان له تواصل معها، ومن اطّلاعه على الواقع الملموس في المدارس الفلسطينية، لاحظ وجود هذه المشكلة، التي تَظهر بوضوح في نتائج الاختبارات الوزارية الموحدة المختلفة، التي تُجريها وزارة التربية والتعليم الفلسطينية، مثل نتائج دراسات التقويم الوطني التي أجراها مركز القياس والتقويم في العامين ٢٠٠٥، ٢٠٠٨، على عيّنات ممثلة من طلبة الصفين الرابع والعاشر في الرياضيات (مركز القياس والتقويم، ٢٠٠٥، ٢٠٠٨)، ومن خلال الاختبارات الدولية، مثل: اختبارات التمس (TIMSS)، حيث كان ترتيب فلسطين في اختبار التمس للصف الثامن في الرياضيات في عام ٢٠٠٣م في المرتبة (٣٨) من (٤٧) دولة شاركت في الاختبار (TIMSS, 2003)، بينما كان هناك تراجع في النتائج في عام ٢٠٠٧، حيث كان ترتيب فلسطين في اختبار التمس (TIMSS) لنفس الصف في المرتبة (٤٢) من بين (٤٧) دولة شاركت في الاختبار (TIMSS, 2007). وقد ترتبط هذه المشكلة بنقص فهم المفاهيم الرياضية، والتي بدورها ترتبط باستخدام التمثيلات المختلفة في تعليم الرياضيات، من صور وأشكال ساكنة، أو رموز مكتوبة أو نماذج ومجسمات، أو ألفاظ، أو مواقف حياتية، أو رسوم بيانية، وتحليلها وتنظيمها. ويبدو أن هذه التمثيلات والمراوحة بينها، تحظى بالقليل من الاهتمام لدى القائمين على العملية التعليمية.

وبسبب الدور الذي يمكن أن تلعبه التمثيلات الرياضية المتعددة، في توضيح المفهوم أو الفكرة الرياضية، واكتساب الطلبة للمفاهيم الرياضية، والقدرة على حل المسائل الرياضية المختلفة، وتحسين أدائهم ومساعدتهم على ترجمة المعرفة الرياضية إلى مواقف حياتية، مما يساعد على تحسين الأداء الرياضي، ارتأى الباحث إجراء دراسة لمعرفة مدى توفر هذه التمثيلات الرياضية في الكتاب المقرر للصف السابع، ومدى استخدام معلمي الرياضيات لهذه التمثيلات، أثناء تعليمهم لوحدة الجبر في ثلاث مدارس من مدارس محافظة رام الله. وستحاول هذه الدراسة الإجابة عن السؤال العام التالي: ما أنواع ومدى توفر ومدى كفاية التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها، الموجودة في كتاب الرياضيات المقرر للصف السابع، وما مدى استخدام معلمي الرياضيات لكل من هذه التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها في الصف الدراسي؟

وللإجابة عن هذا السؤال العام سيتم تحديد المشكلة بالسؤالين التاليين:

١) ما أنواع التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها، المتوفرة في وحدة الجبر من الكتاب المدرسي، وما مدى كفاية هذه التمثيلات والمراوحات بينها بالمقارنة مع نموذج لش (Lesh) للتمثيلات؟

٢) ما مدى استخدام مدرسي الرياضيات للصف السابع – المشاركين في الدراسة – لكل نوع من هذه التمثيلات وللمراوحات بينها في تدريسهم لوحدة الجبر، وما مدى كفاية هذه التمثيلات والمراوحات بينها، بالمقارنة مع الكتاب المدرسي ومع نموذج لش (Lesh) للتمثيلات؟

١: ٤ تعريف المصطلحات:

التمثيلات المتعددة: يُعرّف لوتل (Luitel, n. dt) التمثيلات الرياضية على أنها جزء من عملية بناء المعرفة، والتي يمكن تشكيلها إما بمشاركة الأفكار بين شخصين أو أكثر، أو من خلال البناء الفردي. ويُعرّفها أسلي (Asli, 2001) بأنها تجسيدات رياضية للمفاهيم والأفكار الرياضية، كي تعطي نفس المعلومات بأكثر من شكل.

والتعريف الإجرائي للتمثيلات المتعددة في تعليم الرياضيات، هو تمثيل المفهوم الرياضي باستخدام الرموز المكتوبة، أو الألفاظ، أو المواقف الحياتية، أو النماذج والمجسمات، أو الصور والأشكال، ويتم قياس التمثيلات الرياضية في الكتاب المقرر من خلال تحليل وحدة الجبر، ورصد التمثيلات المستخدمة في الكتاب، في جدول أعده الباحث لهذا الغرض (انظر الملحق رقم (٢))، ويُقاس استخدام المعلم للتمثيلات الرياضية المتعددة من خلال المشاهدة، ورصد التمثيلات التي يستخدمها المعلم في جدول أُعد لهذا الغرض (انظر الملحق رقم (٣)، الملحق رقم (٤)، الملحق رقم (٥)).

كتاب الرياضيات للصف السابع: هو الجزء الثاني من الكتاب المقرر من قبل وزارة التربية والتعليم الفلسطينية، وهو الطبعة التجريبية المنقحة والذي طُبِع في العام ٢٠١١م.

دراسة التوجهات الدولية في الرياضيات والعلوم (Trends in International (TIMSS Mathematics and Science Study هي دراسة دولية، تهدف إلى مقارنة تحصيل الطلاب في الرياضيات والعلوم في أنظمة تربوية متباينة في خلفياتها الثقافية والاقتصادية والاجتماعية، بهدف التعرف على مستوى التحصيل في تلك الأنظمة، وقياس مدى تأثير مجموعة من العوامل ذات العلاقة على مستوى التحصيل (دائرة القياس والتقويم، ٢٠٠٩).

المراوحة بين التمثيلات: الانتقال من تمثيل إلى آخر من بين التمثيلات المتنوعة، مثل الانتقال من التمثيل بالرموز، إلى التمثيل بالمواقف الحياتية لنفس المفهوم أو النشاط الرياضي.

الترجمة: توضيح الترابطات بين عناصر الموقف الرياضي من خلال التمثيلات المختلفة.

المفاهيم الرياضية: هي تلك المفاهيم الرياضية الواردة في وحدة الجبر من كتاب الصف السابع الأساسي، المقرر تدريسه في المدارس التابعة لوزارة التربية والتعليم الفلسطينية.

التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة: هي عملية التدريس القائمة على استخدام أشكال مختلفة من التمثيلات والمراوحة بينها، مثل: الصور والأشكال، اللغة والرموز، مواقف حياتية، ونماذج ومجسمات.

الطريقة التقليدية: هي طريقة التدريس التي تعتمد على استخدام المقرر المدرسي، والتي يتم توضيحها بالخطط الدراسية، وتستخدم أسلوب المحاضرة والنقاش في غرفة الصف، ويندر فيها استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في التدريس.

الوحدة: هي وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي.

الوضع المثالي للتمثيلات طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه: هو استخدام التمثيلات الخمسة المذكورة في التعريف الإجرائي للتمثيلات الرياضية المتعددة.

الوضع المثالي للمراوحات بين التمثيلات طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه: هو الانتقال من كل تمثيل إلى باقي التمثيلات الأربع، على سبيل المثال، الانتقال من التمثيل بالرموز إلى التمثيل بالألفاظ، والى التمثيل بالمواقف الحياتية، والى التمثيل بالنماذج والمجسمات، والى التمثيل بالصور والأشكال.

المعيار للتمثيلات: وضع الباحث المعيار التالي للتمثيلات، لمقارنة مدى استخدام التمثيلات مقارنةً مع الوضع المثالي لنموذج لش (Lesh) وزملائه:

١) **منخفض جداً:** إذا كان الوسط الحسابي لعلامات التمثيلات أقل من ٠,٢

٢) **منخفض:** إذا كان الوسط الحسابي لعلامات التمثيلات بين ٠,٢ و ٠,٤

٣) **متوسط:** إذا كان الوسط الحسابي لعلامات التمثيلات بين ٠,٤ و ٠,٦

٤) **مرتفع:** إذا كان الوسط الحسابي لعلامات التمثيلات بين ٠,٦ و ٠,٨

٥) **مرتفع جداً:** إذا كان الوسط الحسابي لعلامات التمثيلات أكثر من ٠,٨

المعيار للمراوحات: وضع الباحث المعيار التالي للمراوحات بين التمثيلات، لمقارنة مدى استخدام المراوحات مقارنةً مع الوضع المثالي لنموذج لش (Lesh) وزملائه:

١) **منخفض جداً:** إذا كان الوسط الحسابي لعلامات المراوحات أقل من ٠,٢

٢) **منخفض:** إذا كان الوسط الحسابي لعلامات المراوحات بين ٠,٢ و ٠,٤

٣) **متوسط:** إذا كان الوسط الحسابي لعلامات المراوحات بين ٠,٤ و ٠,٦

٤) **مرتفع:** إذا كان الوسط الحسابي لعلامات المراوحات بين ٠,٦ و ٠,٨

٥) **مرتفع جداً:** إذا كان الوسط الحسابي لعلامات المراوحات أكثر من ٠,٨

١: ٥ أهمية الدراسة ومبرراتها:

تنبع أهمية الدراسة من أهمية الرياضيات في كافة مجالات الحياة، وفي مختلف المجتمعات، ونظراً لأهمية الرياضيات في مختلف العلوم وفي الحياة العملية، فان الاهتمام باكتساب المفاهيم الرياضية وتطوير قدرة الطلبة الرياضية، هي من أولويات اهتمامات

المؤسسات التربوية، مثل: المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، ووزارة التربية والتعليم الفلسطينية. وللوصول إلى ذلك، لا بد من الكشف عن سبب أو أسباب مشاكل تعلم الرياضيات، ومنها تدني التحصيل الرياضي، والعمل بكل ما أوتينا من جهد وقدرة على حلها؛ لتطوير وتحسين أداء الطلبة في الرياضيات. ويرى دينز (Dienes, 1960) أن استخدام التمثيلات المتعددة للمفهوم الرياضي مهم لدعم وتقوية فهم الطلبة، وأهتم بنوعين من التمثيلات المتعددة هما التنوع الرياضي والتنوع المظهري. ولأن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة يُساعد ويُساهم في إيصال المفهوم الرياضي بأكثر من أسلوب، فإنها تُساعد على تحسين الأداء الرياضي.

وأشار المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000)، أن من مظاهر قوة الرياضيات: أنه يمكن تمثيل الأفكار والمفاهيم الرياضية بأكثر من تمثيل، وهذه التمثيلات تساعد الطلاب في تعميق فهمهم واستيعابهم للمفاهيم الرياضية والعلاقات بين تلك المفاهيم، من خلال بناء مجموعة متنوعة من التمثيلات، ومقارنتها واستعمالها، كما أن التمثيلات ضرورية لحل المسائل الرياضية.

وركز جرينو (Greeno) على أنه كلما كانت بنية الشبكة المعرفية للتمثيلات منظمة ومرتبطة بشكل واضح وقوي، كان التعليم أكثر فائدة، ويزيد الفهم لدى الطالب (as cited in Resnick & Ford, 1981).

وباستخدام الطالب للتمثيلات المختلفة للمفهوم الرياضي، من نماذج وأشكال بيانية وصور وغيرها من التمثيلات الرياضية المتعددة، يُظهر فهمه للمفهوم، ومن خلال طرحه للأمثلة واللا أمثلة للمفهوم الرياضي، يُثبت أنه أحرز تقدماً باكتسابه وإدراكه للمفهوم الرياضي. وفي تعريف

الطالب للمفاهيم، يقوم بمقارنة المفاهيم ذات الصلة؛ ليصل إلى طبيعة تلك المفاهيم، ويقوم بتمييز وتفسير وتوظيف الإشارات والرموز والمصطلحات المستخدمة؛ لتمثيل المفهوم الرياضي، وتفسير العلاقات والفرضيات الخاصة بذلك المفهوم (بدوي، ٢٠٠٣).

واستخدام التجسيدات والتمثيلات المتعددة للمفهوم يُثري ويزيد من فهم المفهوم والاحتفاظ به في العقل (Resnick & Ford, 1981).

وتنبثق أهمية الدراسة الحالية أيضا فيما يمكن أن تسهم به من محاولة لمعرفة جانب أو جوانب المشكلة في تعليم وتعلم الرياضيات، من خلال معرفة التمثيلات الرياضية المستخدمة في كتاب الرياضيات للصف السابع، ومدى استخدام المعلمين لهذه التمثيلات؛ لِما لاستخدام التمثيلات الرياضية من أهمية في تعليم الرياضيات. فاستخدام التمثيلات وتدريسها من الطرق الحديثة التي أقرها واهتم بها المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000).

ورغم أن دراسات عديدة تناولت أثر طرق التدريس واستراتيجيات متعددة في تحصيل الطلبة في الرياضيات، إلا أن استراتيجيات استخدام التمثيلات المتعددة – ومنها المواقف الحياتية – لم تحظَ بالقدر الكافي من الاهتمام (الشيخي، ٢٠٠٠). ويرى سالم (١٩٩٥) من ملاحظته لبعض المدرسين في الصف الدراسي التزامهم بالكتاب في عرض المادة، وأوصى أن تُعرض المادة التعليمية باستخدام التمثيلات المتعددة، لِما لها من دور فعال في رفع مستوى التحصيل الرياضي.

وأشارت الكثير من الدراسات الأجنبية والدراسات العربية، التي استخدمت التمثيلات المتعددة كطريقة تدريس، إلى أهمية استخدام التمثيلات المتعددة في تدريس الرياضيات، لِما لها من أثر ايجابي في تعلم الطلبة (البلاصي، ٢٠٠٦؛ البلاصي وبرهم، ٢٠١٠؛ سالم، ١٩٩٥؛ شاهين، ٢٠١١؛ عوض الله، ٢٠٠٣؛ Akkus & Cakiroglu, ؛ Hail, 2000 Cikla, 2004؛ 2009).

لكل هذه الدراسات وغيرها، التي تُظهر أهمية استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في العملية التعليمية التعلمية، وحيث أن هناك القليل من الدراسات العربية التي تهتم في مجال التمثيلات، اهتم الباحث في إجراء هذه الدراسة، والتي تُعتبر من بواكير الدراسات العربية – وهي الأولى في فلسطين على حد علم الباحث– والتي تحاول كشف ومقارنة أنواع التمثيلات الرياضية الموجودة في الكتاب، مع تلك التي يستخدمها المعلم في غرفة الصف واقعياً، لذا كان اهتمام الباحث في هذا الموضوع.

ولأن المعرفة في تطور مستمر؛ فان تطوير الكتب وتحسينها المستمر، يلعب دوراً مركزياً في تطوير العملية التعليمية– التعلمية. لهذا اهتم الباحث في معرفة التمثيلات الرياضية المتعددة المستخدمة في كتاب الرياضيات، واهتم الباحث في الصف السابع؛ لأن الصف السابع في مرحلة تتطلع وزارة التربية والتعليم الفلسطينية فيها إلى تمكين الطلبة من المفاهيم الرياضية. واهتم الباحث بوحدة الجبر بشكل خاص لأن مادة الجبر– حسب ظن الباحث – هي الأهم؛ لأن باقي المواضيع الرياضية تعتمد على الجبر، فتدخل مادة الجبر في تعليم الهندسة في مواقف مختلفة، وفي غيرها من المواضيع الرياضية المتعددة، كما أنها مهمة في المواقف الحياتية المختلفة.

وتكمن أهمية هذه الدراسة أيضا، في أنها ستكشف للقائمين على إعداد مناهج الرياضيات الفلسطينية مدى كفاية التمثيلات الرياضية المتعددة في المناهج. كما أنها ستكشف مدى استخدام المعلمين من أفراد العينة لتلك التمثيلات في حصصهم الصفية، مما سيساهم في التخطيط لإعداد وتدريب المعلمين.

١: ٦ حدود الدراسة:

(١) اقتصر الباحث على تحليل وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي والمقرر في المناهج الفلسطينية.

(٢) اقتصرت هذه الدراسة على ثلاثة من معلمي ومعلمات الرياضيات في مدارس محافظة رام الله والبيرة، الذين يدرسون الصف السابع الأساسي. وقد تكون النتائج مختلفة إذا طبقت الدراسة على عينات مختلفة.

(٣) أجريت هذه الدراسة في الفصل الأول من العام الدراسي ٢٠١١ / ٢٠١٢ م.

(٤) طُبقت هذه الدراسة لمعرفة مدى كفاية التمثيلات الرياضية في كتاب الرياضيات المقرر للصف السابع من المنهاج الفلسطيني، مع نموذج لش (Lesh) وزملائه في الإطار النظري للدراسة، ومدى استخدام معلمي ومعلمات مدارس رام الله للتمثيلات المتعددة في الرياضيات.

١: ٧ المسلمات:

تفترض هذه الدراسة الافتراضات التالية:

(١) أن جميع معلمي العينة يتحلون بالموضوعية والنزاهة والصدق.

(٢) أن حضور الباحث للحصص لا يؤثر على تنفيذ المعلمين للحصص الدراسية، أي أن أداء المعلمين في تلك الحصص الدراسية يُمثل أداءهم في الحصص الأخرى.

الفصل الثاني

الإطار النظري والدراسات السابقة

أوصى العديد من الرياضيين باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، والمراوحات بينها في تدريس الجبر، وحددت الدراسة الحالية مدى توفر تلك التمثيلات في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي في فلسطين، وكذلك مدى استخدام المعلمين من أفراد العينة لتلك التمثيلات والمراوحات بينها. وفي هذا الفصل تم القاء الضوء على نماذج للتمثيلات الرياضية المتعددة، بالإضافة إلى القاء الضوء على الدراسات السابقة، التي تظهر مدى أهمية استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في تدريس الرياضيات، وتلك التي تركز على المراوحة بين تلك التمثيلات وأثرها على الفهم الرياضي، وكذلك استخدام معلمي ومناهج الرياضيات لهذه التمثيلات والمراوحات بينها.

٢: ١ الإطار النظري:

إن أهم ما تتميز به الرياضيات، أنها تعرض المفهوم أو الفكرة بأكثر من تمثيل، مما يعمل على تسهيل عملية تَعلُّم وفهم ذلك المفهوم (أبو زينة، ١٩٩٤). واهتم المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM) بالتمثيلات الرياضية، والتي أظهرها عام ٢٠٠٠م كمعيار مستقل؛ وذلك لأهميتها في تعليم الرياضيات. ويرى بياجية (Piaget, 1952) أن التطور المعرفي للفرد ينتج من خلال التفاعل المباشر بين الفرد والبيئة المحيطة، وأن الأطفال لا يملكون النضج

العقلي لكسب المفاهيم الرياضية الممثلة بالكلمات أو الرموز، ويحتاجون إلى العديد من الخبرات من المواد المحسوسة والرسم؛ ليتمكنوا من اكتساب المفاهيم.

ويرى برونر (Bruner, 1960) أن الأطفال يبنون فهمهم في ثلاثة مراحل من التمثيلات بشكل تتابعي وهي: ١) مرحلة التمثيلات العملية (enactive stage): وفي هذه المرحلة يتعرف الطفل على الأشياء عن طريق الأفعال والحركات التي يقوم بها نحو هذه الأشياء. ٢) مرحلة التمثيلات الصورية (iconic stage): وفي هذه المرحلة يدرك الطفل الخبرات التي يتفاعل معها، والتي يواجهها عن طريق التطورات البصرية المكانية، حيث تحل الصورة محل تمثيلات العمل أو الحركة في المرحلة الأولى. ٣) مرحلة التمثيلات الرمزية (symbolic stage): ومن خلال هذه المرحلة يستطيع الأطفال أن يترجموا الخبرة إلى لغة، ويمكنهم استخدام الرموز واللغة بدلاً من استخدام الصور، ويرى برونر (Bruner) أن التمثيل الرمزي يُمَكِّن الفرد من تشكيل خبراته عن العالم الذي يعيش فيه بصورة قوية وفعالة.

ويُشير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) إلى نوعين من التمثيلات الرياضية المستخدمة وهما: التمثيلات الرسمية، مثل: المستوى الديكارتي، والجداول. والنوع الثاني التمثيلات غير الرسمية وهي من عمل الطلاب، حيث يقوم الطالب بالتعبير عن أفكاره الرياضية بطريقته الخاصة ومنها الرسومات. ويرى المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM) أن الطرق التي تمثل فيها الأفكار الرياضية تعتبر أساسية لكيفية فهم الطلاب لتلك الأفكار.

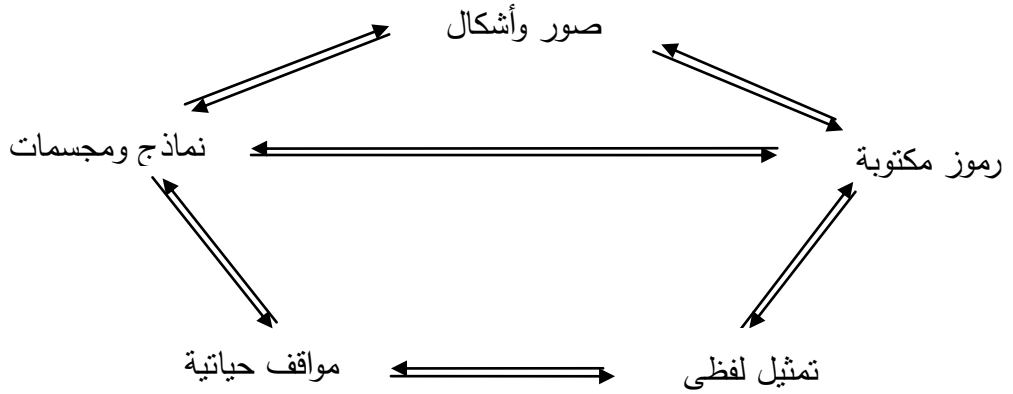
والتمثيلات الرياضية هي لغة الرياضيات، مع الاهتمام والتركيز على الانتقال بين التمثيلات الرياضية بسهولة. وهناك نوعان من التمثيلات المستخدمة، هما: التمثيلات التقليدية- وتتمثل

بالتمثيل بالألفاظ والتمثيل بالرموز –، والتمثيلات المتعددة الاتجاهات. والحلقة المفقودة في التمثيل التقليدي، تكمن في دور الطالب في عمليات التبرير والتفسير للرموز الجبرية، أو أي شكل تمثيلي آخر معطى، بالإضافة إلى الانتقال بين التمثيلات المختلفة. أما التمثيلات المتعددة الاتجاهات، فإنها تقوم على تكامل عناصر التفسير والاستدلال والانتقال بمرونة بين التمثيلات المختلفة، وعملية التفسير تسهل ربط الأفكار الرياضية ببعضها (Coulombe & Berenson, 2001).

والتمثيلات الرياضية تقسم إلى قسمين: ١) التمثيلات الخارجية: وهي جميع الأشكال الرياضية التي تقدم للطلاب، مثل: الصور، الرسوم الإحصائية، الرموز، المحسوسات، والألفاظ، والتي تكافئ التمثيلات الرسمية عند (NCTM). ٢) التمثيلات الداخلية: وهي تلك الصور الذهنية التي يبنيها الطالب للمفهوم الرياضي أو الفكرة الرياضية، وتكافئ التمثيلات غير الرسمية عند (NCTM)، والتمثيلات الداخلية هذه لا يمكن قياسها، ولكن يمكن الاستدلال عليها من خلال التمثيلات الخارجية التي يقدمها الطالب نفسه (Goldin & Shteingold, 2001).

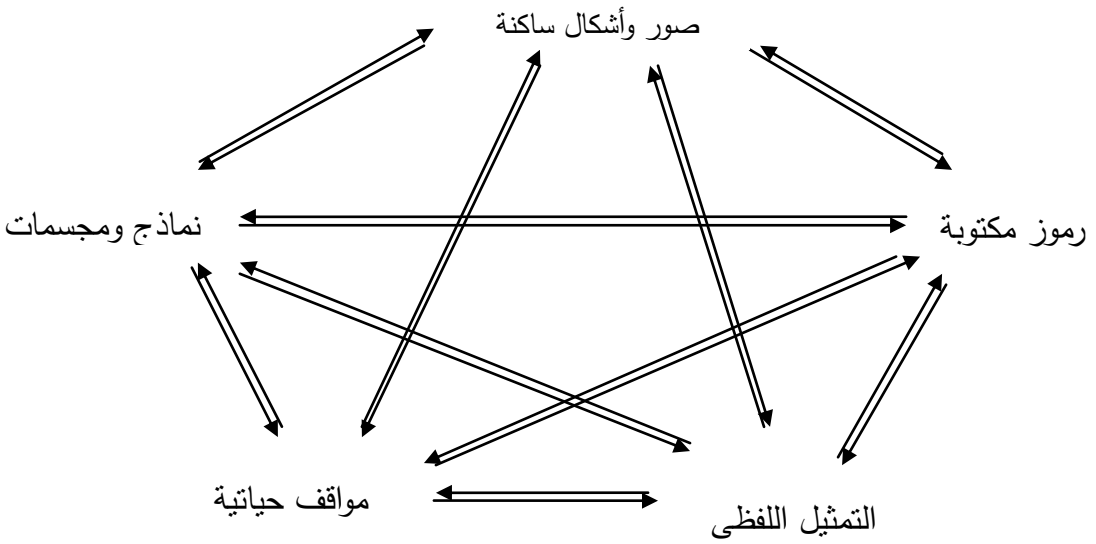
وتَمثُّل وبناء المعرفة وتنظيمها داخلياً يعتمد على التمثيلات الخارجية وطرق تنظيمها، وعلى الخبرة السابقة للشخص وتنظيمها وبنائها (Glasersfeld, 2002). وهناك تداخل بين تأثير التمثيلات الداخلية والخارجية، وطبيعة التمثيلات الخارجية تؤثر على طبيعة التمثيلات الداخلية، والعكس بالعكس، لهذا فالتمثيلات البسيطة تساعد على الفهم البسيط، وتُعتبر التمثيلات في الأصل أنشطة اجتماعية، والتمثيل التفكيري هو: مقدرة الطالب على البناء والتواصل بشكل فعّال بين التمثيلات الداخلية والخارجية مع المواقف الاجتماعية (Pape & Tchoshanov, 2001).

ووضعَ ليش وبوست وبير (Lesh, Post & Behr) نموذجاً للتمثيلات الخارجية لتجسيد مفاهيم وأفكار الطلاب الداخلية، ويتكون النموذج من خمسة عناصر هي: ١) التمثيل بالرموز المكتوبة، وهي أية وسيلة للتعبير عن المفهوم الرياضي مثل الكتابة بالأعداد أو الكتابة بالرموز. ٢) التمثيل اللفظي وهو أية طريقة للتعبير عن المفهوم الرياضي بالألفاظ، وهو مهم في صياغة المسائل الكلامية، وخلق بيئة طبيعية لفهم السياق، وتوصيل الحل، ويساعد في الربط بين الرياضيات والمجالات العلمية الأخرى، والمواقف الحياتية. ٣) التمثيل بالمواقف الحياتية، وهو استخدام مواقف حياتية يومية والتي تناسب المفهوم الرياضي. ٤) التمثيل بالنماذج والمجسمات وهو: أية وسيلة يمكن للطالب أن يمسكها بيده، مثل: المكعبات وغيرها، ٥) التمثيل بالصور والأشكال وهو: أية وسيلة تعليمية فيها صوراً أو رسومات وتُدرج الجداول ضمن هذا التمثيل، وهو مهم وفعال في تزويد صورة واضحة عن المفهوم الرياضي. ويوضح الشكل (١) التالي، النموذج الذي وضعه لش وبوست وبير (Lesh, Post & Behr, 1987) للتمثيلات الرياضية الخارجية؛ لتجسيد مفاهيم وأفكار الطلاب الداخلية.



الشكل (١): نموذج ليش وبوست وبير (Lesh, Post & Behr) للتمثيلات الرياضية الخارجية

وطور هذا النموذج مجموعة من التربويين، (ليش وكريمر ودوير وبوست وزاوجيسكي) (Lesh, Cramer, Doerr, Post & Zawojewski, 2003)، ليصبح كما هو موضح في الشكل (٢) التالي:



الشكل (٢): نموذج ليش وكريمر ودوير وبوست وزاوجيسكي ,Lesh, Cramer, Doerr) Post & Zawojewski) للتمثيلات الرياضية.

ونلاحظ أن النموذج المطور، يوضح أن بإمكان المتعلم الانتقال من أي تمثيل إلى جميع التمثيلات الأخرى، بينما هذا غير متاح في نموذج ليش وبوست وبير (Lesh, Post & Behr).

ويُقدم هذا النموذج صوراً متعددة لفكرة رياضية معينة، حيث أن كل صورة أو شكل منها يعد تمثيلاً رياضياً لهذا الموقف الرياضي أو الفكرة الرياضية، كما أنه يحتوي على صور حسية وشبه حسية ومجردة للموقف الرياضي، مما يزيد من قدرة الطالب على فهم المفهوم أو الفكرة الرياضية. ونلاحظ أنه يتميز بالمرونة في عملية التمثيل، فهو لا ينتقل بشكل خطي من تمثيل لآخر، ولكن

يمكن البدء بأي شكل تمثيلي والانتقال لآخر. كما أنه يُوضح الترابطات بين عناصر الموقف الرياضي من خلال التمثيلات المختلفة (الترجمة)، وكذلك فانه يُوضح العلاقات الرياضية الداخلية للموقف الرياضي في التمثيل الواحد (التحويل). ويمكن استخدام عدة تمثيلات داخل العنصر التمثيلي الواحد، مثل الصور المتكافئة للكسر العادي. ويرى لش (Lesh) وزملاؤه أن الفهم العميق يتكون لدى الشخص، عندما يتمكن من تمثيل الفكرة أو المفهوم بتلك التمثيلات المختلفة، والانتقال بمرونة بينها.

والتمثيلات الرياضية التي تتضمن المواد المحسوسة، الصور، الرموز والكلمات، يمكن ربطها بتمثيلات برونر الثلاثة، حيث أن المواد المحسوسة هي التمثيلات العملية (enactive)، والصور هي تمثيلات صورية (iconic)، والرموز والكلمات هي تمثيلات رمزية (symbolic) (Salkind, 2007).

والطلاب يختلفون في مستوياتهم الاستدلالية من البيانات الممثلة بتمثيل معين، فبعضهم له القدرة الاستدلالية من خلال التمثيلات الصورية، والبعض له القدرة الاستدلالية من التمثيلات العددية أكثر من غيرها، وآخرون لديهم القدرة على الاستدلال من التعابير اللفظية أكثر من غيرها من التمثيلات، لهذا فاستخدام التمثيلات المتعددة للمفهوم أو الفكرة الرياضية الواحدة، يسهم في تعزيز بناء تعلم الطلاب على اختلاف مستوياتهم الاستدلالية (NCTM, 2000).

٢: ٢ الدراسات السابقة:

هدفت هذه الدراسة إلى تحديد أنواع التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها، المستخدمة في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي في فلسطين، وتحديد

مدى كفايتها بالمقارنة مع نموذج لش (Lesh) وزملائه، وتحديد مدى استخدام معلمي ومعلمات الرياضيات المشاركين في الدراسة لهذه التمثيلات والمراوحات بينها، ومدى كفاية التمثيلات والمراوحات بينها، التي يستخدمها المعلمون والمعلمات أثناء تدريسهم، ومقارنتها مع تلك الموجودة في الكتاب المقرر، وكذلك مع نموذج لش (Lesh) وزملائه.

قام الباحث بمراجعة العديد من الدراسات، وذلك من خلال اطّلاعه على الأدب التربوي، ومراجعته للدوريات والمراجع العربية والأجنبية، والاستفادة من شبكة الانترنت. وقد وجد الباحث القليل من الدراسات العربية، والقليل جداً من الدراسات الفلسطينية في هذا المجال– على حد معرفة الباحث–، ولم يجد الباحث دراسات تحاول المقارنة بين مدى استخدام المعلمين للتمثيلات الرياضية في تعليمهم الصفي ومدى توفر هذه التمثيلات في الكتاب المدرسي.

وركز البحث في الدراسة الحالية على الدراسات التي تُظهِر أهمية استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، والمراوحة بين تلك التمثيلات وأثرها على الفهم الرياضي، واستخدام المعلمين والمنهاج للتمثيلات الرياضية المتعددة. ولذلك سيقوم الباحث بتقسيم الدراسات السابقة بناء على هذه المحاور الثلاثة.

٢: ٢: ١ الدراسات التي تُظهِر أهمية التمثيلات الرياضية المتعددة:

قام الباحثون والمهتمون في مجال التربية بإجراء العديد من الدراسات التي قامت باستقصاء أهمية التمثيلات في فهم المفاهيم الرياضية، وكيفية اكتسابها من قبل الطلاب، وأثر استخدام

التمثيلات الرياضية المتعددة على تعلم الرياضيات، وعلى التحصيل الرياضي، واستخدام الكثير من طرق وأساليب التدريس التي اهتمت بهذا المجال.

ففي دراستين منفصلتين هدفت كل منهما الى استقصاء أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة على اكتساب الطلبة للمفاهيم الرياضية وقدرتهم على حل المسائل اللفظية، وأجريت كل دراسة على ٦٠ طالباً من طلبة الصف الثامن، تم توزيعهم بشكل عشوائي الى مجموعتين متكافئتين، مجموعة تجريبية، تم تدريسها وحدة العلاقات والاقترانات باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، ومجموعة ضابطة، تم تدريسها بالطريقة التقليدية، أظهرت نتائج الدراستين، أن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في التدريس تزيد قدرة الطلبة على اكتساب المفاهيم الرياضية، وتزيد كذلك قدرتهم على حل المسائل اللفظية (البلاصي، ٢٠٠٦؛ البلاصي وبرهم، ٢٠١٠).

وأظهرت نتائج دراسة على عينة من ١٣٠ طالباً وطالبة، اختيروا بشكل عشوائي، كان من أهداف الدراسة الكشف عن مدى فاعلية استخدام التمثيلات المتعددة على التحصيل في الرياضيات، أن استخدام التمثيلات الرياضية في التدريس له تأثير ايجابيّ على تحصيل الطلبة (سالم، ١٩٩٥).

وفي دراسة هدفت الى استقصاء أثر استخدام التمثيلات المتعددة في تدريس الجبر على تحصيل طلبة الصف السابع الاساسي، أجريت الدراسة على عينة من ١٢٤ طالباً وطالبة، أظهرت النتائج أن متوسط تحصيل الطلبة الذين درسوا باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة كان أعلى من متوسط تحصيل الطلبة الذين درسوا بالطريقة الاعتيادية (شاهين، ٢٠١١).

وفي دراسة أجراها آقوس وساكيروغلو (Akkus & Cakiroglu, 2009) على أربع شعب من طلبة الصف السابع، لمعرفة أثر استخدام التمثيلات الرياضية في الجبر على أداء الطلبة،

أظهرت النتائج ان استخدام التمثيلات الرياضية حسّن أداء الطلبة، وكان له أثر ايجابيّ على تحصيل الطلبة.

وفي دراسة أجريت على ٤٤٣ طالباً من طلبة الصفين السابع والثامن، لمعرفة اتجاهاتهم نحو استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، حيث طُلب منهم حل مسائل رياضية معينة باستخدام ثلاثة أنواع من التمثيلات الرياضية وهي: التمثيل اللفظي، والتمثيل الصوري، والتمثيل الرمزي، أظهرت النتائج أن الطلبة الذين استخدموا التمثيلات المتعددة في حل المعادلة الخطية في متغير واحد، كان تحصيلهم مرتفعاً، وأن الطلبة منخفضي التحصيل، كانوا يفضلون استخدام التمثيل الصوري، بينما الطلبة مرتفعو التحصيل يفضلون استخدام التمثيل الرمزي (Beyranevand, 2010).

وهناك أثرٌ ايجابي في استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة على تحصيل الطلبة، ويوجد علاقة ارتباطيه موجبة، بين مستوى التحصيل الرياضي واتجاهات الطلبة نحو تعلم الرياضيات (سالم، ١٩٩٥). بينما أظهرت نتائج دراسة أخرى أجريت على ٤ شعب من طلبة الصف السابع في مدرستين حكومتين من مدارس أنقرة، وهدفت لمعرفة أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة على أداء طلبة الصف السابع في الجبر،أن استخدام التمثيلات الرياضية في التدريس له أثرٌ ايجابي وفعّال على تحصيل الطلبة، ولكن لا توجد فروق ذات دلالة بين اتجاهات الطلبة الذين درسوا باستخدام التمثيلات المتعددة، واتجاهات الطلبة الذين درسوا بالطريقة التقليدية نحو الرياضيات، وطلاب المجموعة التجريبية بإمكانهم استخدام تمثيلات متعددة في المسائل الجبرية، وبإمكانهم استخدام الأنسب من هذه التمثيلات لكل مسألة جبرية (Cikla, 2004).

وأظهرت النتائج أن الطلبة الذين استخدموا التمثيلات المتعددة في حل المعادلة الخطية في متغير واحد، كان تحصيلهم مرتفعاً، وأن الطلبة منخفضي التحصيل، كانوا يفضلون استخدام التمثيل الصوري، بينما الطلبة مرتفعو التحصيل يفضلون استخدام التمثيل الرمزي (Beyranevand, 2010).

وفي دراسة تناولت العلاقة بين مستويات تحصيل الطلبة وثلاثة أمور هي: (أ) قدرتهم على التعرف على نفس العلاقة الخطية الممثلة بطرق مختلفة. (ب) قدرتهم على حل معادلات الخطية بمتغير واحد تم تمثيلها بطرق متعددة. (ج) تفضيلهم لتمثيل معين. وأجريت الدراسة على ٤٤٣ طالباً من طلاب الصف السابع والثامن، وتم توجيه اسئلة لمعرفة اتجاهات العينة نحو استخدام التمثيلات المتعددة، وطلب منهم حل المسائل المطروحة باستخدام ثلاث تمثيلات مختلفة هي: اللفظية، والصورية والرمزية، وأظهرت النتائج أن تفضيل الطلبة لأحد التمثيلات اعتمادا على تحصيلهم، يمكن أن يكون أداة فعّالة للمعلمين لمساعدة طلبتهم على فهم المفاهيم الرياضية، ويرى الباحث أن هذه النتائج مفيدة للمعلمين ومطوري المناهج، ويوصي بالتركيز على استخدام التمثيلات الرياضية في توضيح المفاهيم الرياضية (Beyranevand & Matthew, 2010).

وفي دراسة عن تعلم الاقتران الخطي بمتغير أجريت على ٤٤٣ طالباً، أظهرت النتائج أن الطلبة بإمكانهم التعرف على البنية المطلوبة للمفهوم الرياضي، والعلاقات بين المفاهيم باستخدام تمثيلات رياضية متعددة، وبإمكانهم الربط والمراوحة بين التمثيلات المختلفة لنفس المفهوم، والذي بدوره سيقود إلى تحصيل مرتفع، والذي يُظهر فهماً للمفهوم، والعكس ليس دائما صحيحاً، فالتحصيل المرتفع ليس مؤشراً صحيحاً للفهم، ففي هذه الدراسة، بعض الطلبة الذين حلوا

المعادلات بمتغير بشكل صحيح، لم يُظهِروا بالضرورة المقدرة على معرفة نفس العلاقة الموجودة بالكلمات مثل الصور و/ أو الرموز (Panasuk & Beyranevand, 2011).

وفي دراسة على عينة من ٤٤ طالباً من طلبة الصف الخامس الاساسي، أظهرت النتائج أن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في التدريس أدى الى تحسين أداء الطلاب في التحصيل الفوري (عوض الله، ٢٠٠٣).

واستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة له أثر فعّال على أداء الطلبة الرياضي مقارنة بالطريقة الاعتيادية، بالاضافة الى أن طلبة المجموعة التجريبية وجدوا أن هذه الطريقة في التعلم مثمرة (Cikla, 2004).

وفي مراجعة سالكند (Salkind, 2007) للعديد من الدراسات على استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، لوحظ أن معظم الدراسات أظهرت التأثير الايجابي لاستخدام التمثيلات الرياضية على فهم الطلبة للعلاقات والمفاهيم الرياضية، وأن معظم الباحثين اتفقوا على أن التمثيلات الرياضية مفيدة، إن لم تكن ضرورية في تعليم الرياضيات، وأن من أهداف التعليم تمكين الطالب من تَمثُّل المعرفة داخلياً في بنيته المعرفية، وفهم التمثيل الخارجي للأفكار والمفاهيم، بالإضافة إلى الإبداع في استخدام التمثيلات كأدوات للتواصل وحل المشكلات الرياضية.

وفي مراجعة آدو–جامفي (Adu–Gyamfi, 2003) لدراسات عديدة، هدفت الى تحديد ما اذا كان استخدام التمثيلات الرياضية في التدريس يساعد الطلبة على تعميق فهمهم للعلاقات والمفاهيم الرياضية، وتقييم ما إذا كان استخدام تمثيلات متعددة في تعليم الرياضيات يساعد على

تطوير فهم أفضل للعلاقات والمفاهيم الرياضية لدى الطلبة، أظهرت جميع الدراسات التي تم مراجعتها، أن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة له أثر ايجابي على تحصيل الطلبة.

وترى وزارة التربية والتعليم الكندية (Ministry of Education, 2005) أن طلبة المرحلة الابتدائية يمثلون الأفكار الرياضية والعلاقات، ويُنمذجون المواقف باستخدام اليدويات، والصور، والرسومات، والأشكال، والجداول، والأعداد، والكلمات، والرموز، وتعلُّم الطلبة لهذه التمثيلات المختلفة، يساعدهم على فهم المفاهيم الرياضية، والعلاقات الرياضية، وتوصيل أفكارهم، والربط بين المفاهيم الرياضية المختلفة، واستخدام الرياضيات في المسائل والمواقف الحياتية المختلفة.

واستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، يساعد الطالب على استخدام أكثر من تمثيل للفكرة الرياضية، مما يجعلها أسهل للفهم، وأن استخدام المعالجات اليدوية للمفاهيم الرياضية تساعد الطلبة على ربط المفهوم الرياضي المجرد بالحياة الواقعية مما يساعدهم على اكتساب واستيعاب المفاهيم الرياضية المختلفة (البلاصي، ٢٠٠٦).

واستخدام التمثيلات الرياضية له أثر ايجابي على اكتساب الطلبة للمفاهيم الرياضية، ويُعزى هذا الأثر الايجابي الى أن استخدام التمثيلات الرياضية تَعرِض المفهوم بأساليب مختلفة تناسب المستويات الاستدلالية المختلفة لدى الطلبة، وباستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، تُراعى الفروق الفردية، بين الطلبة، أكثر من الطريقة التقليدية؛ لانه باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة يستخدم الطالب تمثيلاً معيناً يناسبه، وهذا بدوره يساعد على فهم المفاهيم الرياضية (البلاصي وبرهم، ٢٠١٠).

وفي دراسة حالة من طلبة السنة الجامعية الأولى في جامعة (Queensland University of Technology)، تم تعليمهم نظام من المعادلات الخطية باستخدام التمثيلات الصورية،

والجبرية، واستخدام نظام الكمبيوتر الجبري (SYSTEM MAPLE)، أظهرت النتائج أن التعليم الذي يستخدم التمثيلات المتعددة، يهدف إلى تلبية حاجات مجموعة واسعة من المتعلمين، حيث تُستخدم بيئات تعلم مختلفة، ويسمح للطلاب بناء الجسور بين تمثيلات مختلفة؛ من أجل تقديم فهم أكثر اكتمالاً للمفاهيم المطلوبة، وأن استخدام نظام الكمبيوتر الجبري له أثر ايجابي على تعلم الطلبة (Mallet, 2007).

واستخدام التمثيلات المتعددة في الرياضيات سوف يمكن الطلاب من حل المسائل الرياضية، ويساعدهم في تعميق استيعابهم للعلاقات والمفاهيم الرياضية، وأن الطلبة الذين يدرسون باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، يظهرون فهماً أعمق للعلاقات الرياضية، ويحصلون على أداء أفضل في حل المشكلات والمهام الرياضية (Adu-Gyamfi, 2003).

وأظهرت نتائج مراجعة لويتل (Luitel, n.dt) للعديد من الدراسات أن استخدام التمثيلات الرياضية يساعد على تطوير الفهم المفاهيمي للطلبة، وعلى بناء الأفكار الرياضية.

والطلاب يختارون التمثيلات بناء على قدراتهم الشخصية، ويستخدمون التمثيلات لحل المسائل، ويبرهنون الحلول، ويكتشفون الترابطات بين التمثيلات، ويحولون من تمثيل لآخر أثناء حل المسائل، والتمثيلات المتعددة تساعد الطلاب في فهم الترابطات بين الصور الرياضية المختلفة للمفاهيم الجبرية وبناء الأفكار الرياضية، ففي دراسة كان من أهدافها تحديد عمق الفهم الذي يمكن أن يحققه الطلبة من استخدام البيئة التعليمية للتمثيل في نظام الكمبيوتر الجبري، وأظهرت النتائج أن استخدام التمثيلات المتعددة، ومنها نظام الكمبيوتر الجبري، يؤدي الى فهمٍ عميقٍ لعدد من العلاقات والمفاهيم الرياضية (Waters, 2003).

وترى أنثوني ووالشو (Anthony & Walshaw, 2009) في مراجعتهما للعديد من الدراسات أن القدرة على الربط بين الأفكار والمفاهيم الرياضية المختلفة أمر مهم لفهم المفاهيم، ومن المهم أن يُشجَع الطلبة على رؤية تلك الترابطات بين المفاهيم، من خلال اكتشاف تمثيلات مختلفة للمفهوم، وتزويد الطلبة بالتمثيلات المختلفة؛ تساعدهم على تطوير فهمهم المفاهيمي والمرونة في هذا التطوير، وعلى سبيل المثال؛ الطالب الذي يستخدم تمثيلات متعددة للاقتران – مواقف حياتية، صور، جداول، ورموز – لديه طرق مختلفة للنظر والتفكير بالعلاقات بين المتغيرات.

وأجريت دراسة على ٩٥ طالباً من ذوي الأداء الأكاديمي المرتفع، المقبولين في جامعة قبرص في فصل الربيع في عام ٢٠٠٣، هدفت إلى معرفة الطرق الجبرية والهندسية التي يستخدمها الطلبة في حل المسائل على الاقترانات، وعلاقة تلك الطرق مع حل المسائل الهندسية المعقدة، بينت النتائج أن فهم الطلبة محدود باستخدام التمثيلات الرمزية، بينما استخدام التمثيلات الصورية يعتبر أساسيا في حل المشكلات الهندسية، وأن غالبية الطلبة الذين يعملون على الاقترانات، مقيدون في مجال التمثيل الرمزي، وهذا كان متسقا في جميع المهمات. وأظهرت النتائج أن الطلبة ذوي الفهم العميق لمفهوم الاقترانات، يمكنهم بسهولة فهم العلاقة بين التمثيل الرمزي والصوري للمشكلات، وبإمكانهم حلها بنجاح. وأظهرت النتائج كذلك وجود علاقة بين استخدام الطرق الهندسية في حل الاقترانات والفهم الأفضل للمعادلات والاقترانات بشكل عام (Mousoulides & Gagatsis, 2004).

أظهرت نتائج دراسة جمعت بيانات نوعية من دروس الصف الثامن عن المعادلات الخطية، أن التمثيل الصوري، والعددي يدعم ويُسهِّل على الطلبة فهم والتعبير عن مفهوم معدل التغير،

ولكن التمثيل الرمزي أقل تسهيلا على الطلبة للتعبير عن المفهوم، وأوصت الدراسة المعلمين باستخدام طرق وتمثيلات متعددة تناسب المتعلمين (Amit & Fried, 2005). بينما يستخدم الطلبة التمثيل الرمزي بشكل أكثر فعالية في تعاملهم مع مفهوم المعادلة الكسرية، وعلى العكس من ذلك، في جمع الكسور فإنهم يستخدمون التمثيل الصوري بفاعلية أكبر، ففي دراسة هدفت الى معرفة مقدرة طلبة الصف الخامس على استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحة بينها، أظهر الطلبة تعاملا أقل فاعلية باستخدامهم للتمثيل اللفظي في كلا الحالتين؛ سواء في المعادلات الكسرية أو جمع الكسور (Gagatsis, n.dt).

وترى ليوبنسكي وأوتو (Lubinski & Otto, 2002) في ورقة بحثية أن الطلبة يستخدمون التمثيلات لتنظيم أفكارهم وتوصيلها؛ لتطوير مقدرتهم على حل المسائل الرياضية، وفهم الأفكار الرياضية، لهذا يجب إعطاء الطلبة في جميع المراحل التعليمية الفرص في عمل واستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، والأهم أن الطلبة تعلموا أن اشارة المساواة تؤدي أكثر من أنها عملية لاظهار النتائج، ولكنها رمز يمثل المساواة بين كميتين.

واستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في الصف الدراسي يعتبر مصدراً للتواصل، ومؤشراً لاتجاهات الطلبة نحو الرياضيات (Waters, 2003).

وأشارت نتائج دراسة أخرى أجريت على معلمي ما قبل الخدمة في جامعة غرب مقدونية، وهدفت الى فهم الطرق التي يطورها الطلبة في حلهم لمهام على الاحتمالات، أن الطلبة يبتعدون عن استخدام التمثيل الصوري، ويستخدمون التمثيل الرمزي بدلا من ذلك، والطلبة الذين يتمكنون من استخدام التمثيلات المتعددة، والربط بينها يظهرون نتائج أفضل في حل المسائل، وأظهرت

النتائج أن المرونة في استخدام التمثيلات المتعددة يُعتبر مؤشراً جيداً للنجاح (Anastasiadou & Chadjipantelis, 2008).

وهدفت دراسة الى معرفة مهارات الطلبة في استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في حل المسائل الرياضية، حيث أعطي طلبة الصف السادس المشاركين في الدراسة ٢١ مسألة عددية وهندسية، وأظهرت النتائج أن مهارات الطلبة باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة هي مفاتيح لنجاحهم في حل المشكلات الرياضية، والطلبة ذوو القدرات العالية لديهم فرص أفضل من أقرانهم في استخدام التمثيلات الرياضية لحل المشكلات الرياضية، وعلى العكس، ذوو القدرات المنخفضة يواجهون صعوبة في استخدام مهارات التمثيلات الرياضية المتعددة (Hwang, Chen, Dung & Yang, 2007).

ويرى فريدلاندر وطبش (Friedlander & Tabach, 2001) في مراجعتهم لدراسات عديدة، أن التمثيل اللفظي يساعد في توضيح المسائل وتفسير النتائج النهائية في عملية الحل، ويخلق بيئة طبيعية لفهم سياق المسألة، ويساعد في عملية التواصل لحلها، وان الاستدلال اللفظي يمكن أن يكون أداة لحل المسائل، ويسهل في تقديم أنماط عامة للمسألة. والتمثيل العددي مألوف للطلاب في بداية الجبر، وهو يعتبر جسرا مسهلا وفعالا للجبر، ويسبق كل التمثيلات الأخرى.

وفي دراسة هدفت الى معرفة استخدام المعلمين للمعالجات اليدوية والنماذج في الصف الثامن، حيث اجريت الدراسة على ١١٦ معلماً، وأظهرت النتائج أن استخدام المعالجات اليدوية والنماذج، تعتبر مهمة في تعليم وتعلم الرياضيات، وفي تطوير المحتوى الرياضي، وتساعد الطلبة على فهم المفاهيم الرياضية المجردة، وتُمَكِّن الطلبة والمعلمين من تمثيل تلك المفاهيم

المجردة بشكل ملموس، وتربط المعرفة الجديدة بالمعرفة السابقة، وتوفر معاني مفيدة للمفاهيم الجديدة عند الطلبة (Moyer, Salkind & Bolyard, 2008).

وفي دراسة لسه وموير (Suh & Moyer, 2007) بعنوان تطوير المرونة التمثيلية لدى الطلبة باستخدام اليدويات المادية والعملية، وكانت الدراسة كمشروع لتعليم وحدة العلاقات، وأجريت على مجموعتين من طلبة الصف الثالث، وأظهرت النتائج أن استخدام التمثيلات المتعددة والمرونة في المراوحة بين تلك التمثيلات، يُسهّل تعلم الطلبة ويعمق فهمهم، وأن استخدام الأشكال المختلفة لليدويات كان فعَّالا في دعم تعلُّم الطلبة، ويشجعهم على التفكير المنطقي، وعمل علاقات بين المفاهيم.

وفي دراسة هدفت لوصف أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة على فهم الطلبة واكتساب المفاهيم الجبرية، مثل المتغيرات والمعادلات الجبرية وحل المعادلات الجبرية، أجريت الدراسة على عينة من ٢٩ طالباً، أظهرت النتائج أن استخدام الطلبة لليدويات ساعد الطلبة على تعلم حل المعادلات، ورؤية المتغيرات على أنها أكثر من أشكال مختصرة ورموز، والطلبة استخدموا تلك التمثيلات لتوضيح الإجراءات الرمزية والأخطاء. وخلصت الدراسة إلى أن الصور والمعالجة اليدوية تساعد الطلاب على رؤية إشارة المساواة كرمز للمقارنة، وأن بعض الطلاب لم يطوروا فهما للتمثيلات الصورية، وأن طالبين فقط أظهرا مرونة في حل المسائل (Hail, 2000).

وفي بحث اجرائي على طلبة الصف السابع، أظهرت النتائج أن اليدويات لا تساعد الطلبة على نمذجة المفهوم فحسب، ولكن أيضاً تساعد على نمذجة طرق مختلفة لتوصيل الأفكار الرياضية. واستخدام اليدويات تعتبر طريقة فعّالة لبدء تَعلُّم الطلبة وتوصيل المفاهيم، وتساعدهم على الفهم الصحيح للمفهوم الرياضي (Dean, 2008).

وترى جرينو وهول (Greeno & Hall, 1997) في ورقة بحثية، أن التمثيلات هي أدوات تفكير فعالة تجعل الأفكار الرياضية أكثر صلابة، وتَعلُّم أنواع التمثيلات مهمة لاستعمالها، والطلبة يستخدمون التمثيلات المتعددة، لأنها أدوات ضرورية للاتصال والبرهان للمعلومات الرياضية، فعلى سبيل المثال: إذا احتاج الطلبة عمل جداول ورسومات لإكمال مشروع في الرياضيات، فان بإمكانهم تَعلُم ما إذا كان، وكيف تكون هذه الأشكال فعالة في توصيل المعلومات التي يعتقدون أنها مهمة، ولكن تَعلُم أنواع التمثيلات كنهايات بحد ذاتها، وليس كطرق ذات معنى ومتصلة، يكون غير مفيد.

٢: ٢: ٢ المراوحة بين التمثيلات الرياضية والفهم الرياضي

وفي دراسة ركزت على المرونة في المراوحة بين التمثيلات، وعوامل أخرى للمعرفة والفهم، وكانت الدراسة على ثلاث مراحل، جُمِعت البيانات في المرحلة الأولى من ١٥٢ طالباً من طلبة الرياضيات في احدى الكليات ومعلمي قبل الخدمة للمدارس الثانوية، وأظهرت النتائج أن المرونة والمراوحة بين التمثيلات المتعددة وغيرها من جوانب المعرفة والفهم ليست مستقلة عن بعضها، بل هي متداخلة، وأن مراوحة الطالب بين التمثيلات المختلفة تعتمد على معرفته عن السياق، وطرق تمثيله للاقتران، وليس فقط معرفته للتمثيلات بحد ذاتها (Even, 1998).

ويرى فان دي وول (Van de Walle, 2003) في كتابه أن الانتقال والمراوحة من تمثيل لآخر طريقة مهمة لزيادة فهم الأفكار الرياضية، وتُساعد على فهم تلك الأفكار الرياضية، بالإضافة الى أنها تُساعد على تطبيق تلك الأفكار في مجالات جديدة، وتُساعد أيضاً على ربط الأفكار الرياضية المختلفة بعضها ببعض.

وترى وزارة التربية والتعليم في كندا (Ministry of Education, 2005) أنه باستخدام الطلبة للتمثيلات الرياضية المختلفة بشكل صحيح لحل المشكلات، والانتقال والمراوحة بينها، ومعرفتهم للترابطات بين التمثيلات المختلفة للمفهوم، فإنهم يطورون المرونة في تفكيرهم عن ذلك المفهوم، ولا يميلون إلى استخدام تمثيل واحد للرياضيات، ويفهمون أن هذا التمثيل فقط، واحد من عدد من التمثيلات التي تساعدهم على فهم المفهوم الرياضي.

وفي دراسة لمعرفة فهم معلمي قبل الخدمة، للعلاقة والترابط بين التمثيل الرمزي والصوري للاقترانات، أظهرت النتائج أن معظم المشاركين في الدراسة يعتمدون على التمثيل الرمزي للاقتران، وأن فهم مفهوم الاقتران يمكن الشخص من المراوحة بين التمثيل الجبري والصوري للاقتران. وأن مراوحة الطلبة بين التمثيل الصوري والجبري للاقتران، يبدو كأنه مرحلة مهمة لتطوير مفهوم الاقتران (Bayazit, 2011).

وترى جاجتسيس وشيكالي (Gagatsis & Shiakalli, 2004) في بحث لهما، أن استخدام التمثيلات على نطاق واسع في الرياضيات والمقدرة على المراوحة بينها مرتبط بشكل قوي مع النجاح في تعليم الرياضيات، وأكدت الدراسة على العلاقة بين النجاح في المراوحة المباشرة في المهمات، والنجاح في حل المشكلات، من خلال وضع تمثيلات مختلفة لمفهوم الاقتران. وهذه النتائج تُظهِر أن المقدرة على المراوحة والانتقال من تمثيل لآخر، عامل مهم في حل المشكلات، وتكون المقدرة على المراوحة أقل عندما يُستَخدم التمثيل الرمزي في المهمة، وهذا يعود بشكل جزئي إلى الطبيعة الشمولية للتمثيل الرمزي، وإلى الطريقة التي يتم فيها تعليم مفهوم الاقتران في المدارس الثانوية.

والتمثيلات المتعددة لا تساعد بذاتها الطلبة على الفهم الرياضي، ولكن استخدام المراوحة بين التمثيلات، تساعد على ذلك الفهم، والجداول تلعب دورا تمثيليا يُمكِّن الطلبة من المراوحة بدءا من التمثيل الرمزي، وتُساعد على المراوحة بين التمثيلات، وأن التمثيلات ليست كلها متشابهة، ولكن استخدام كلا منها والمراوحة بينها في التدريس، يُساعد على الفهم الرياضي، وأن الجداول تخدم كأساس لفهم وربط عدد من التمثيلات لنفس السياق (Mousoulides & Gagatsis, 2004).

وفي دراسة ركزت على التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها للعلاقات الرياضية، التي تُدَرَّس في المدارس وهي الصور والجداول والرموز والألفاظ، ومناقشة نموذجين يصفا الصعوبات في المراوحة من تمثيل لآخر، أجريت الدراسة على ٧٩ طالباً من طلبة الصف السادس، أظهرت النتائج أن التمثيلات الرياضية المتعددة للعلاقات لها كيانات مختلفة، ولذلك فان التمثيلات الرياضية المتعددة لا تساعد بذاتها طلبة الصف السادس على تطوير فهمهم الرياضي، وافترضت وجود حالات والتي لا يستطيع الطلبة معرفة أن الانتقالات والمراوحات بين التمثيلات المتعددة تعود لنفس المفهوم، ولهذا وفي بعض الحالات، ربما تخلق الانتقالات المختلفة ارتباكاً لدى الطلبة. وأظهرت نتائج التحليل الكيفي، أن بعض مشاكل الطلبة تتعلق بالعلاقات بين التمثيل اللفظي والتمثيل الرمزي، فعلى سبيل المثال ترجم الطلبة التعبير اللفظي أربع مرات أقل من (four times fewer) بالرموز (٤ × −) أي حاصل ضرب ٤ في الرمز (−)، وذلك لأن التمثيل لم يُستخدم بالشكل المناسب، ويرى الباحثون، أنّ على المعلمين أن يدركوا حقيقة أن النظام الرمزي لا يلعب الدور المتوقع منه. ويرى الباحثون أن كل نظام تمثيلي له ترتيب خاص، والمراوحة بين الأنظمة التمثيلية تكون في بعض الأحيان عقبة في تعلم مفهوم جديد، إذا لم

يُستخدم بالترتيب والشكل المناسب، والمراوحة بين التمثيلات المختلفة يُسهّل التدريس باستخدام طرق ونماذج لتمثيلات مناسبة (Gagatsis, Christou & Elia, 2004).

وفي دراسة هدفت لمعرفة مقدرة طلبة المدارس الأساسية على استخدام التمثيلات المختلفة والمراوحة بينها، أجريت الدراسة على ١٠٤ طالباً من طلبة الصف الخامس، أظهرت النتائج أن الطلبة لم يتمكنوا من المراوحة من تمثيل إلى آخر، ومراوحتهم بين التمثيلات المختلفة كان ضعيفاً، لهذا لم يكونوا قادرين على رؤية علاقات غنية، ولم يتمكنوا من تطوير فهم عميق بخصوص مفهومي تكافؤ وجمع الكسور، وأظهر التحليل الإحصائي أن الطلبة يتقنون التمثيل الرمزي بشكل فعّال، طالما كان المفهوم حول معادلة كسرية، وعلى العكس في جمع الكسور، أتقن الطلبة التمثيل الصوري بشكل أكثر فاعلية، وفي كل من الحالتين، كان استخدام الطلبة للتمثيل اللفظي أقل فاعلية، وكان إتقان الطلبة للمراوحة من التمثيل الصوري إلى الرمزي، أفضل من المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصوري. والطلبة لم يدركوا أن التمثيلات الثلاثة – الرمزية، والصورية واللفظية– تشكل طرقا مختلفة لنفس المفهوم، وعلى العكس، فكّروا أن كل تمثيل يعني مفهوماً مختلفاً، والطلبة بإمكانهم تطوير فهم أعمق لمفهومي تكافؤ وجمع الكسور، إذا كان بإمكانهم استخدام تمثيلين مختلفين للمفهوم بنجاح، وهذه المقدرة مهمة لفهم مفهومي تكافؤ وجمع الكسور (Gagatsis, n.dt).

وأظهرت المشاهدات في احدى الدراسات أن الطلبة بإمكانهم تجسيد الرموز، ولكنهم أظهروا القليل من الفهم المفاهيمي، وذلك لأن هؤلاء الطلبة تعرضوا بشكل قليل للتمثيلات المتعددة والمراوحة بينها، وبشكل خاص، للتمثيلات الصورية، لذلك: فالنتائج تُظهر أهمية تشجيع الطلبة على استخدام التمثيلات المتعددة والمراوحة بينها (Panasuk & Beyranevand, 2011).

وفي بحث اجرائي في جامعة برازيليا (University of Brasília) على طلبة مساق رياضيات لمعلمي قبل الخدمة، أظهرت النتائج أن تزويد الطلبة والمعلمين بانشطة تتضمن المراوحات بين التمثيلات المختلفة تساعدهم على: ١) تحسين تبريرهم لفهمهم الرياضي. ٢) تَعلُّم الأهم من المحتوى الرياضي بطرق مختلفة (Amato, 2004). وفي مساق رياضيات أولي عن الترابطات بين التمثيلات الرياضية المتعددة للجبر، يرى المؤلف أن باستخدام الطلبة للتمثيلات، فإنهم يجدون طرقا للانتقال بين التمثيلات المختلفة، ويطورون فهماً أعمق بطرق متعددة، بناء على مراوحاتهم في تمثيل المسائل الرياضية وحلولها (Mikles, n.dt).

وفي ورقة بحثية يرى ماكي (Mackie, n.dt) أن هناك مؤشران لعمق التعلم والفهم المفاهيمي، هما: ١) المقدرة على تحويل المعرفة من مهمة إلى أخرى. ٢) المقدرة على المراوحة بين التمثيلات الرياضية المختلفة للموضوع، والطالب الذي يستخدم تمثيل واحد يفشل في حل المشكلات بشكل صحيح، وأن استخدام التمثيلات المتعددة والمراوحة بينها يقود إلى الفهم العميق، وإلى المرونة في حل المشكلات بشكل صحيح.

وعند النظر في المراوحة بين التمثيلات، من المهم أن نلاحظ أن الطلاب يميلون إلى إجراء اتصالات بين المفاهيم الرياضية والتمثيل الذي يفضلونه، وبين التمثيلات الأخرى وتمثيلهم المفضل، وتوصي الدراسة الأخذ في الاعتبار، عند تصميم الدروس، هدف توجيه الطلاب نحو تطوير المراوحة بين التمثيلات المختلفة (Mallet, 2007).

٢: ٢: ٣ استخدام المعلمين والمنهاج للتمثيلات الرياضية المتعددة:

أشارت نتائج دراستين، إلى أن استخدام المعلم للتمثيلات اللفظية للنماذج المختلفة، يزيد من التعلم ذي المعنى، وأن التمثيل اللفظي يساعد في توضيح المسائل، وتفسير النتائج النهائية في عملية الحل، ويخلق بيئة طبيعية لفهم سياق المسألة، ويساعد في عملية التواصل لحلها، وأن الاستدلال اللفظي يمكن أن يكون أداة لحل المسائل، ويُسهّل تقديم أنماط عامة للمسألة (البلاصي، ٢٠٠٦؛ Friedlander & Tabach, 2001). والمعلمون يدركون أهمية إشراك الطلبة في الأنشطة الرياضية، واستخدام التمثيلات المناسبة (Greeno & Hall, 1997).

وفي دراسة لمعرفة العلاقة بين فهم المعلمين واستخدامهم للتمثيلات الرياضية في الصف الدراسي والمنهاج المقرر استخدامه، حيث شاهد الباحث مشاهدات ل ٢٨ معلماً من معلمي الرياضيات للصف السادس في مدارس منطقة من مناطق الصين، وأشارت النتائج أن المعرفة الرياضية والتفكير الرياضي، تعليمهما وتعلمهما، تنعكس في معرفة المعلمين البيداغوجية (pedagogical)، واستخدامهم للتمثيلات المتعددة في المحتوى الرياضي، وأوصى الباحث بضرورة تصميم وبناء معايير لمناهج الرياضيات المدرسية، فالتصميم الجيد للمنهاج يُحسِّن معرفة المعلم للرياضيات وتمثيلاتها ونوعية التدريس، ويُحسّن فهم الطلبة للرياضيات والتمثيلات في الصف الدراسي (Wang, n.dt) .

والمعلمون والمتعلمون يمثلون التمثيلات الخارجية داخلياً في عقولهم بطرق مختلفة. والمعلمون بإمكانهم أن يختاروا الصورة العقلية المناسبة للمهمة (Mackie, n.dt).

وإذا أدرك المعلم اتجاهات طلبته نحو التمثيلات الرياضية المتعددة، وأي نوع من التعلم باستخدام بيئات التمثيلات المتعددة الأنسب لطلبته، فان بإمكانه اختيار وتحديد الطرق المناسبة لتعلم الطلبة، والمواد والأنشطة التي تناسب حاجاتهم. والمعلم له تأثير، أيضاً، على اختيار الطلبة للتمثيل المناسب، واستخدام المعلم لاستراتيجيات تدريس، وتمثيلات رياضية متعددة داخل الفصول الدراسية، مفيد للعملية التعليمية، وجدير بالاهتمام (Akkus & Cakiroglu, 2009).

وفي دراسة عن معتقدات المعلمين عن صعوبات الطلبة في اكتساب المعادلات البسيطة، اجري اختبار ل ٩٣ طالباً من طلبة الصف السادس تضمن ١٤ مهمة، وقام ٥٠ معلماً بترتيب البنود بناء على صعوبتها، أظهرت النتائج أن المعلمين بامكانهم بشكل جزئي تحديد فهم واستدلال الطلبة، وأن الطلبة بإمكانهم اتقان المسائل اللفظية والقصص بشكل أسهل من الصور والرسومات، وهذه النتيجة تساعد المعلمين على اختيار الأنشطة والتمثيلات المناسبة للطلبة، واستخدام التمثيل المناسب يُعتبر عاملاً مهماً عند اختيار المهمات الرياضية (Leonidou & Philippou, 2005).

واستخدام المعلم للتمثيلات في حالات مختلفة للمسألة، تُشجّع وتزيد مرونة الطلاب في اختيار التمثيلات المناسبة لحلولهم وتزيد ادراكهم لحلولهم (Friedlander & Tabach, 2001).

وفي مراجعة أنثوني ووالشو (Anthony & Walshaw, 2009) للعديد من الدراسات والربط بينها، وجدتا أن المعلم الفعال يعطي طلبته الفرص لعمل تمثيلات متعددة ومراوحة بينها للمفهوم الرياضي. والمعلم الفعّال كذلك يختار الأدوات والتمثيلات المناسبة لتطوير ودعم تفكير الطلبة، ويُزوّد الطلبة بالمزيد من التمثيلات الرياضية المتعددة، ليساعدهم على تطوير المرونة المفاهيمية

والحسابية، والمعلمون والطلبة، يستخدمون التمثيلات المتعددة لتساعدهم في توصيل أفكارهم للآخرين، وباستخدام النموذج والتمثيل المناسب، يستطيع المتعلمون التفكير بالمشكلة والعمل على حلها، ويرى الباحث أنه عند استخدام المعلم للنماذج والمجسمات، يتمكن الطلبة من عمل إحساس رياضي للمواد المستخدمة بطرق مقصودة.

وفي دراسة هدفت الى تحديد ما إذا كان استخدام الطلبة للتمثيلات الرياضية المتعددة لحل المسائل الرياضية تساعدهم على حل المسائل التي يشعرون أنها صعبة، استخدمت الباحثة في هذه الدراسة تمثيلات متعددة هي الجداول والرسوم البيانية، والنماذج، والمسائل اللفظية، والمعادلة الجبرية. وأجريت الدراسة على صفين من طلبة الصف الثامن، أشارت النتائج الى أن تفسير الطلبة للحل بشكل لفظي، وكتابة الأنماط الموجودة في المسألة الرياضية؛ هما من التمثيلات التي يستصعبها الطلبة، لهذا على المعلمين استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة والاستمرار في استخدامها في شرح الدروس، والتركيز على أن يفسر الطلبة حلولهم، وإعطائهم فرصا لاختيار التمثيل المناسب والمتوفر لمساعدتهم في حل المشكلات الرياضية (Grossman, 2010).

وأشارت نتائج دراستين إلى أن التمثيلات التي يختارها المعلم، وطرق استخدامه لها، هي عوامل مهمة في تعلم الطلاب، وأن المعلمين بإمكانهم التمييز بين الأسهل والأصعب من بين التمثيلات الرياضية المتعددة، واختيار الأنسب للتعليم، وعن طريق النقاش الصفي الموجه، يتمكن المعلم من توجيه تفكير الطلاب لنمذجة تعلمهم وتفكيرهم، وأن استعمال الطلاب للتفكير الجبري والتمثيلات الرياضية، مرتبط بمدى استعمال معلميهم لها، وعلى المعلمين أن يدركوا ضرورة العمل في جو من التمثيلات المتعددة (Friedlander & Tabach, 2001; Leonidou & Philippou, 2005).

وفي مراجعته للعديد من الدراسات أشار سالكند (Salkind, 2007) إلى أن المعلم الفعال عليه أن يستخدم تمثيلات متعددة للفكرة الرياضية، ليتمكن من توضيح تلك الأفكار للطلبة، وعليه أن يعرف التمثيلات التي تجعل تلك الفكرة سهلة للفهم والتمثيلات التي قد تعيق الفهم. والتمثيلات التي يستخدمها المعلم والطريقة التي يتم فيها استخدام تلك التمثيلات تُعتبر عوامل مهمة في تعلم الطلبة، وكذلك معرفة المعلم بالمحتوى الرياضي والقدرة على استخدام التمثيلات بمرونة وبفاعلية، وعلى المعلم أن يمتلك ذخيرة من التمثيلات الرياضية المفيدة في تعليم المحتوى الرياضي.

ومعتقدات المعلمين نحو موضوع معين في المنهاج يؤثر على طرق التعليم وعلى نتائج التعليم، ويعتبر شكل التمثيل المستخدم لتعليم المفاهيم عاملاً مهماً جداً في اختيار المهمات والأنشطة المناسبة. وأظهرت النتائج أيضاً أن معتقدات المعلمين متناغمة مع المحتوى الرياضي في الكتب المدرسية (Leonidou & Philippou, 2005).

والمعلمون بإمكانهم تصميم أنشطة رياضية؛ لحل المشكلات الرياضية، مرتكزة على الوسائط المتعددة؛ لتحسين مهارات استخدام التمثيلات المتعددة لدى الطلبة (Hwang, Chen, Dung & Yang, 2007).

وفي دراسة هدفت إلى إلقاء نظرة فاحصة على معرفة مدرسي الرياضيات المحتملين لبنية المعرفة الرياضية، واستخدامهم لأربع تمثيلات رياضية والمرونة في تمثيلها والمراوحة بينها، ومهارتهم الاجرائية، أجريت الدراسة على ١٠٤ من المعلمين المحتملين للمدارس الابتدائية والمتوسطة، أظهرت النتائج أن معلمي المدارس الأساسية والمتوسطة لديهم مشاكل في استخدام المواقف الحياتية في التعليم، ويوجد ضعف في أداء المعلمين في التمثيلات الجبرية، مثل التمثيل الصوري، والمراوحة بين التمثيل الجبري والصوري والمهارات الإجرائية، ولكنّ أداء المعلمين

بالمهارات الإجرائية أفضل من المرونة في المراوحة بين التمثيلات، وأوصت الدراسة بضرورة تضمين المنهاج، وتزويد المعلمين بمواضيع جبرية لها علاقة بالتمثيلات الرياضية المتعددة والمواقف الحياتية (You & Quinn, 2010).

وأوصى غاغتسيس (Gagatsis, n.dt) المعلمين، أن يبدؤوا تدريس تكافؤ وجمع الكسور بالتمثيل الصوري، وينتقلوا إلى الرمزي، ويستنتجوا بالتمثيل اللفظي، والذي يبدو أنه الأصعب للطلبة. والأهم أن المعلمين في عملية التعلم والفهم، عليهم أن يستخدموا تمثيلات متعددة بقدر استطاعتهم؛ لأن المقدرة على معرفة تمثيل المفهوم بتمثيلات مختلفة، والمرونة في الانتقال من تمثيل لآخر، مرتبط بفهم أعمق للمفهوم.

والمناهج التي تستخدم التمثيلات الرياضية المتعددة تساعد على تحصيل مرتفع لدى الطلبة (Beyranevand & Matthew, 2010). وفي دراسة هدفت الى التعرف على الفوائد المحتملة للمنهاج المبني على التمثيلات الرياضية المتعددة وتأثيره على فهم الطلبة، وتحصيلهم، وشارك في الدراسة ٣١٣ طالباً جامعياً مسجلين في كلية لتطوير الجبر في جامعتين في شرق الولايات المتحدة. أشارت النتائج الى أن استخدام المنهاج المعتمِد على التمثيلات المتعددة، نجح في تحسين تحصيل الطلبة بشكل ملحوظ، وساعد الطلبة على استخدام أساليب أخرى غير التمثيل الجبري في حل المشاكل. وفي المقابلات النوعية مع ثمانية أفراد من المشاركين في الدراسة، أظهر الجميع مرونة في المراوحة بين التمثيل الصوري واستخدام الجداول والتمثيل الرمزي، وأظهرت النتائج أن المنهاج المعتمِد على التمثيلات المتعددة، كان فعّالا في توسيع الشبكة المعرفية للمفاهيم الجبرية، ومفهوم الاقتران لدى الطلبة (Rider, 2004).

وفي دراسة ركزت على العلاقة بين استخدام المعلمين للكتب المعتمدة على معايير المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM) وعُمق فهم الطلبة للمفاهيم الجبرية، حيث تم تسجيل ٥٨ تسجيلاً بالفيديو ل ١٤ معلماً من معلمي الصف السادس، وأشارت النتائج أنه عند استخدام المعلمين لكتب تعتمد على المعايير التي وضعها المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، والتي تركز على استخدام التمثيلات الرياضية، فإنهم يستخدمون استراتيجيات أفضل في إشراك الطلبة في الأنشطة، وهذا يُساعد الطلبة ويُسهّل تفكيرهم ويعمق فهمهم للمفاهيم الجبرية، ومشاركة الطلبة الضعيفة في استخدام التمثيلات الرياضية، يكون عند استخدام المعلمين لكتب أقل اعتمادا على المعايير (Sun, Kulm & Capraro, 2009).

وأوصت دراسات عديدة مطوري المناهج بأن يدركوا ضرورة العمل في جو من التمثيلات المتعددة، وأنه يجب التركيز على تضمين المناهج بتمثيلات رياضية متعددة، وربط المناهج بحياة الطالب واتجاهاته ومشكلاته، واعتماد التمثيلات الرياضية كمعيار مهم من معايير الرياضيات المدرسية لمختلف مراحل التعليم (الابراهيم، ٢٠٠١؛ سالم، ١٩٩٥؛ شاهين، ٢٠١١؛ الشيخي، ٢٠٠٠؛ Friedlander & Tabach, 2001).

ووجهة نظر منهاج أونتاريو (Ontario) للرياضيات مبنية على: أن جميع الطلبة بإمكانهم تَعلُّم الرياضيات. ويرى أنه ليس من الضروري أن يتعلم جميع الطلبة بنفس الطريقة، أو باستخدام نفس المواد. ووضِعَت عدة معايير لدعم تعلم فعّال للرياضيات وكان أحد هذه المعايير: التمثيلات المتعددة؛ وطلبة المدارس الابتدائية يمثلون المفاهيم والأفكار الرياضية، وينمذجون المواقف باستخدام المواد الحسية، والصور، والرسومات، والجداول، والأعداد، والألفاظ، والرموز. ويرى المنهاج أن تعلُّم مختلف أشكال التمثيلات يساعد الطلبة لفهم المفاهيم الرياضية، والعلاقات

بينها، وتوصيل تفكيرهم وفهمهم، ومعرفة الترابطات بين المفاهيم الرياضية، واستخدام الرياضيات في فهم مسائل ومواقف واقعية. والطلبة يجب أن يتمكنوا من الانتقال من تمثيل لآخر، واستخدام مختلف التمثيلات بشكل صحيح ومناسب لحل المسألة (Ministry of Education, 2005).

وفي دراسة هدفت الى الكشف عن التشابه والاختلاف لطريقة عرض وتمثيل العمليات في كتب الرياضيات في خمس دول، وأظهرت النتائج أن كتب هنغارية وفرنسا وسنغافورة تحاول بطرق مختلفة دعم الطلبة على تطوير معاني للرياضيات، وذلك من خلال الانتقال في سلسلة من المواقف الحياتية، لعكس المواقف الحياتية في تمثيلات مختلفة لتسهيل فهم الطلبة لتلك المواقف (Harries & Sutherland, 2000).

وفي دراسة أخرى للمقارنة بين مناهج الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية ومنهاج الرياضيات في سنغافورة، لاحظ الباحثون أن هناك خمسة عوامل عملت على نجاح مناهج الرياضيات في سنغافورة، منها: التركيز: حيث لاحظ الباحثان أن المناهج الأمريكية واسعة ولكنها ليست عميقة "a mile wide and an inch deep"، فعلى سبيل المثال، كتب سنغافورة في الصفوف من ١ – ٦ تحتوي بالمعدل ١٥ موضوعاً مقارنة مع ٥٤ موضوعاً في ولاية فلوريدا (Florida)، و ٥٠ موضوعاً في نيوجيرسي (New Jersey). وكذلك فان معدل صفحات الكتب المستخدمة في سنغافورة ٤٩٦ صفحة، وتحتوي على ١٤ فصلاً، و٤٢ درساً بمعدل ١٢ صفحة للدرس، بينما لنفس المستوى في كتب سكوت فورسمان (Scott Foresman textbook) ٧٢٩ صفحة، وتحتوي على ٣٢ فصلاً، و١٦٤ درساً بمعدل ٤٠ صفحة للدرس. وهذا يُظهر أن الكتب في الولايات المتحدة مكتظة بالمواضيع مقارنة مع سنغافورة. ومن العوامل التي عملت على نجاح الرياضيات في سنغافورة أيضاً، استخدام التمثيلات المتعددة ويَظهر في

كتب سنغافورة بشكل بارز: ١) استخدام التمثيلات المتعددة باستخدام الكرتون البسيط والمجسمات (concrete representations). ٢) استخدام التمثيلات الصورية (pictorial representations). ٣) التمثيلات الرمزية (abstract representations) ولاحظ الباحثان أن كتب الرياضيات في سنغافورة تستخدم التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحة بينها بشكل أوسع من الولايات المتحدة الأمريكية، وهذا أحد أسباب نجاح مناهج الرياضيات في سنغافورة – من وجهة نظر الباحثان– (Leinwand & Ginsburg, 2007).

٢: ٢: ٤ ملخص الدراسات السابقة:

ونلاحظ من هذه الدراسات المختلفة، من حيث أدواتها وطرق فحص فرضياتها وأسئلتها وأماكن إجرائها، أن استخدام التمثيلات المتعددة في تعليم وتعلم الرياضيات، يُحقق الكثير من النجاح في اكتساب الطلاب للمفاهيم الجبرية، ويُحسّن تحصيل الطلبة في مختلف مستوياتهم التعليمية، وكذلك فإن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، يُساعد على زيادة فهم المفاهيم الرياضية، ويُساعد كذلك على ربط المفاهيم ذات العلاقة بعضها ببعض، مما يجعل من بنية الطالب الداخلية للمعرفة بنية قوية مترابطة، ويكون التعلم ذا معنى، بالإضافة إلى أن التمثيلات تعمل على تبسيط المفهوم أو الفكرة الرياضية، وباستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، تُراعى الفروق الفردية بين الطلبة؛ لأن التمثيلات الرياضية المتعددة تعرض المفهوم أو الفكرة الرياضية بطرق ومستويات مختلفة، تمثيلات عملية، وتمثيلات صورية، وتمثيلات رمزية، تناسب المستويات المختلفة للمتعلمين.

وأن استخدام التمثيلات لا يحقق الهدف المرجو منه اذا تم تعلم التمثيلات كنهايات بحد ذاتها، ولكن المراوحات بين تلك التمثيلات للمفهوم الرياضي، واستخدام المفهوم في مواقف وسياقات مختلفة هو الذي يوضح فهم المتعلم للمفهوم.

وأن استخدام المعلم للتمثيلات المناسبة والمراوحات بينها؛ يُشجّع الطالب على استخدامها، ويُحّسن تعلمه، وفهمه للمفاهيم الرياضية المختلفة، وأن التمثيلات التي يختارها المعلم، وطرق استخدامه لها، هي عوامل مهمة في تعلم الطلاب، وأن المعلمين بإمكانهم التمييز بين الأسهل والأصعب من بين التمثيلات الرياضية المتعددة، والمعلمون– بشكل عام– يلتزمون بما هو موجود في الكتب المدرسية، ويستخدمون التمثيلات والمراوحات بشكل مناسب لما هو موجود في الكتب المدرسية؛ وعند استخدام المعلمين لكتب تعتمد على المعايير التي وضعها المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، والتي تركز على استخدام التمثيلات الرياضية، فإنهم يستخدمون استراتيجيات أفضل في إشراك الطلبة في الأنشطة، وكذلك استخدام المعلم للتمثيلات في حالات مختلفة للمسألة، تُشجّع وتزيد مرونة الطلاب في اختيار التمثيلات المناسبة لحلولهم وتزيد ادراكهم لحلولهم.

الفصل الثالث

منهجية الدراسة وإجراءاتها

يتناول هذا الفصل المنهجية والإجراءات التي استخدمها الباحث في تطبيق الدراسة، للوصول إلى الأهداف المرجوة، مجتمع الدراسة وعينتها، وأدوات الدراسة، وصدق الأدوات وثباتها، والمعالجة الإحصائية لأدوات الدراسة للإجابة على أسئلة الدراسة.

٣: ١ منهجية الدراسة:

تعتبر الدراسة الحالية دراسة حالة، وقد اتبعت الدراسة أكثر من منهجية للوصول للأهداف المرجوة، حيث اتبعت: ١) أسلوب تحليل المحتوى (Content Analysis) لمعرفة التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها، المستخدمة في الكتاب المقرر للصف السابع الأساسي. ٢) الملاحظة من خلال مشاهدة حصص صفية للعينة التي تم اختيارها، لمعرفة مدى استخدام المعلمين لهذه التمثيلات والمراوحات بينها في الصف الدراسي. ٣) المقابلة من خلال اجراء مقابلات مع المعلمين المشاركين في الدراسة؛ لمعرفة آرائهم حول وحدة الجبر في الكتاب المقرر، واستطلاع آرائهم حول مدى استخدام التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها، في حل المشكلات التي يقع الطلاب فيها عند تعلمهم للجبر. ولهذا فقد استخدم الأسلوب الكيفي الكمي في الدراسة الحالية.

٣: ٢ مجتمع الدراسة: تكون مجتمع الدراسة من عنصرين:

١) جميع معلمي الرياضيات للصف السابع الأساسي في المدارس الحكومية، في محافظة رام الله والبيرة، والبالغ عددهم ١٣٤ معلما ومعلمة، منهم ٤٧ معلما و٨٧ معلمة، بناء على بيانات مركز التخطيط في وزارة التربية والتعليم في رام الله، للفصل الأول من العام الدراسي ٢٠١٢/٢٠١١م.

٢) كتب الرياضيات في المنهاج الفلسطيني.

٣: ٣ عينة الدراسة:

١) تم اختيار عينة من ثلاثة معلمين في مدارس حكومية، قريبة من المدرسة التي يعمل فيها الباحث بشكل قصدي – معلِمَين ومعلمة–، بحيث يتمكن الباحث من مشاهدة وحضور دروس الرياضيات، وإجراء المقابلات مع أفراد العينة (المعلمين الثلاثة)، حيث لا توجد إمكانية لزيارة مدارس بعيدة عن مركز عمل الباحث. كما أنه لا يمكن زيادة عدد أفراد العينة عن ثلاثة معلمين، بسبب الجهد الهائل الذي يتطلبه زيارة عدد أكبر من المعلمين.

٢) تم اختيار وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع، لما لمادة الجبر من أهمية بين مختلف المواضيع الرياضية، والصف السابع لما للصف السابع من أهمية، حيث أنه يعتبر في مرحلة تتطلع وزارة التربية والتعليم الفلسطينية فيها إلى تمكين الطلبة من المفاهيم الرياضية المختلفة.

٣: ٤ أدوات الدراسة:

هدفت هذه الدراسة إلى معرفة التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها، المستخدمة في كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي، والمقرر من قبل وزارة التربية والتعليم الفلسطينية، كما هدفت إلى معرفة مدى استخدام المعلمين لهذه التمثيلات والمراوحات بينها في الصف الدراسي. ولتحقيق أهداف الدراسة، استخدم الباحث أداتين قام بتصميمهما بنفسه، وهما:

أولا: دليل تفريغ تحليل الوحدة المستهدفة، لرصد وتفريغ التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها الموجودة في الوحدة، وكذلك رصد التمثيلات والمراوحات التي يستخدمها المعلمون أثناء تدريسهم للوحدة.

قام الباحث بوضع الدليل التالي لتحليل وحدة الجبر من الكتاب المقرر؛ لمعرفة التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها المستخدمة في الوحدة، كذلك التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها، التي يستخدمها المعلمون في الصف الدراسي:

١) تقسيم المحتوى الرياضي في الوحدة إلى أربعة مجالات هي: أ) المفاهيم الرياضية. ب) الأمثلة الرياضية التي توضح تلك المفاهيم. ج) التدريبات الصفية التي تساعد على تقييم تعلم الطلبة. د) التمارين والمسائل التي تساعد – بالإضافة إلى التدريبات الصفية– على تقييم تعلم الطلبة. وفي حال وجود فروع للمجال، تعامل الباحث مع كل فرع كنشاط مستقل، لكي يضمن الوزن النسبي لكل نشاط، فعلى سبيل المثال: إذا وجد تدريب بفرع واحد، تعامل معه كتدريب واحد، بينما إذا وجد تدريب بثلاثة أفرع، تعامل معه كثلاثة تدريبات.

٢) وضع الباحث أنواع التمثيلات الخمسة التي يذكرها لش (Lesh) وزملائه، في النموذج الخاص بالتمثيلات الخارجية، وهي: التمثيل بالرموز المكتوبة ورمز له بحرف (ر)، والتمثيل اللفظي ورمز له بحرف (ل)، والتمثيل بالمواقف الحياتية ورمز له بحرف (ح)، والتمثيل بالنماذج والمجسمات ورمز له بحرف (ن)، والتمثيل بالصور والأشكال ورمز له بحرف (ص).

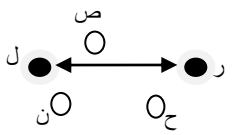
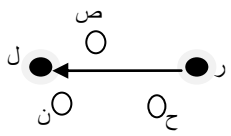
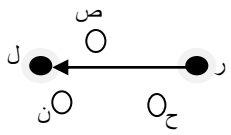
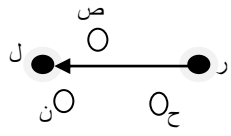
٣) ولتسهيل تفريغ التمثيلات والمراوحات بينها، قام الباحث بوضع ○ ليدل على اسم التمثيل، بينما وضع الباحث ● ليدل على استخدام الوحدة أو المعلم لهذا التمثيل، ووضع سهماً ليدل على وجود مراوحة من تمثيل إلى آخر، فعلى سبيل المثال ر ⟵ ل يدل على وجود مراوحة من التمثيل بالرموز إلى التمثيل اللفظي، بينما يدل ح ⟷ ص على وجود مراوحة من التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل بالصور والأشكال، وبنفس الوقت وجود مراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل بالمواقف الحياتية.

وقام الباحث بتنظيم هذا الدليل على شكل جدول، لتوضيح تفاصيل تطبيق هذه الأداة على وحدة الجبر للصف السابع. ويبين الجدول رقم (١) الصفحة الأولى من جدول تفريغ التمثيلات والمراوحات بينها المستخدمة، في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات المقرر للصف السابع، وسيتم إرفاق الجدول بشكل كامل في ملحق رقم (٢) في الملاحق، ويدل الحرف ر على التمثيل بالرموز، والحرف ل على التمثيل اللفظي، والحرف ح على التمثيل بالمواقف الحياتية، والحرف ص على التمثيل بالصور والأشكال، والحرف ن على التمثيل بالنماذج والمجسمات. ووضع الباحث ○ ليدل على نوع التمثيل، بينما وضع ● ليدل على التمثيل المستخدم في النشاط من الكتاب، ويدل اتجاه السهم على المراوحة بين تلك التمثيلات، فعلى سبيل المثال ص ⟵ ل يدل على وجود مراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل

اللفظي، بينما يدل ر ⟷ ح على وجود مراوحة من التمثيل بالرموز إلى التمثيل بالمواقف الحياتية، وبنفس الوقت وجود مراوحة من التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل بالرموز.

جدول رقم (١)

جدول التمثيلات والمراوحات بينها المستخدمة في الكتاب المدرسي

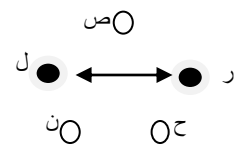
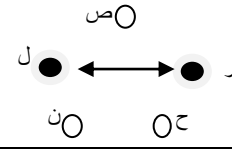
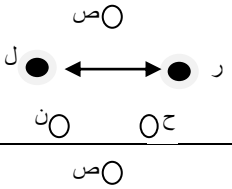
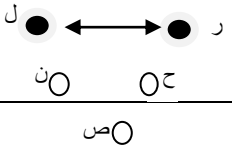
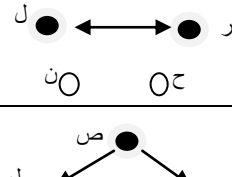
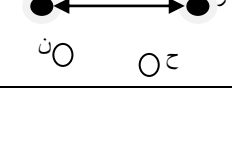
نوع التمثيل / النشاط الموجود في الكتاب	رقم النشاط	شرح النشاط	التمثيلات والمراوحات للنشاط
المفاهيم	١	تعريف المتغير ص. ٧٩	
	٢	تعريف الحد الجبري ص. ٨٠	
	٣	تعريف المقدار الجبري ص. ٨٠	
	٤	تعريف الحدود الجبرية المتشابهة ص. ٨٥	

أطلق الباحث أسماءً مستعارة على أفراد العينة، للتمييز بين المشاهدات لكل معلم، وتسهيل عملية تفريغ المشهدات، والأسماء نادر، وسالم، وأمل ليست الأسماء الحقيقية للمعلمين المشاركين في عينة الدراسة. ويبين الجدول رقم (٢) التالي مقطعاً من جدول تفريغ التمثيلات والمراوحات بينها، التي استخدمها المعلم نادر في شرحه لوحدة الجبر للصف السابع، في

الدروس التي شاهدها الباحث، ويظهر أنه نفس الجدول السابق، إلا أن الباحث أضاف اسماً مُستعاراً للمعلم؛ ليميز بين المعلمين من أفراد العينة. (وسيتم إرفاق هذه الجداول في ملحق رقم (٣)، وملحق رقم (٤)، وملحق رقم (٥)).

جدول رقم (٢)

التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها التي استخدمها المعلم نادر في حصصه

نوع التمثيل / النشاط	رقم النشاط	شرح النشاط	التمثيلات والمراوحات للنشاط
المفاهيم	١	القيمة العدية للمقدار الجبري	
	٢	الحد الجبري	
	٣	المقدار الجبري	
	٤	معامل الحد الجبري	
	٥	الحدود الجبرية المتشابهة	
	٦	ضرب المقادير الجبرية	

ثانيا: أسئلة لمقابلة أفراد العينة: قام الباحث بوضع مجموعة من الأسئلة، تكونت من ١٤ سؤالا، وذلك بعد حضوره لخمسة حصص بشكل عشوائي، لكل فرد من أفراد العينة، وعرض تلك الأسئلة على أحد الخبراء في تعليم الرياضيات، وقام الباحث بتعديلها وإعادة صياغتها بناء على رأي الخبير، وتتضمن أسئلة لمعرفة تفسير المعلمين من أفراد العينة، لبعضاً من إجراءاتهم في شرح وحدة الجبر، وأهمية استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحة بينها، في شرح وحدة الجبر، وتجنب وقوع الطلبة في بعض الأخطاء، وسيتم إرفاق هذه الأسئلة في ملحق رقم (٦).

٣: ٥ صدق أداة التحليل:

اعتمد الباحث على تحكيم التحليل لتفريغ التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع، بعرضها على أربعة محكمين من ذوي الاختصاص، أستاذ في مركز المناهج الفلسطينية في رام الله ومشرف في مديرية رام الله، ومعلمي رياضيات: أحدهما في محافظة سلفيت والآخر في محافظة رام الله، وطلب منهم دراسة تحليل الباحث لتفريغ التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها في وحدة الجبر للصف السابع، وذلك بإطلاعهم على نموذج لش (Lesh) وزملائه للتمثيلات الرياضية المتعددة، وجدول تفريغ التمثيلات والمراوحات التي أعده الباحث وعلى وحدة الجبر للصف السابع، وبيان مدى شمولية ودقة النتائج في الجدول، مع تلك في وحدة الجبر للصف السابع الأساسي، وإبداء رأيهم، وذلك بإضافة وتعديل أو حذف ما يرونه مناسباً، وأُخِذت ملاحظاتهم

بعين الاعتبار، حيث تم تعديل ما يجب تعديله، بعد مناقشتهم حول النقاط التي وضعوا ملاحظاتهم عليها.

٣: ٦ ثبات الأداة:

اعتمد الباحث أسلوب إعادة تحليل وحدة الجبر للصف السابع، ورصد التمثيلات والمراوحات بينها، المستخدمة في الوحدة، وذلك من قبل الباحث نفسه، ومن قبل معلم رياضيات آخر، قام الباحث بتدريبه على التحليل، للتأكد من ثبات التحليل. حيث حلل الباحث وحدة الجبر للصف السابع، ورصد التمثيلات والمراوحات بينها، ثم قام بإعادة تحليل الوحدة مرة ثانية، ورصد التمثيلات والمراوحات بينها، على جدول منفصل عن الجدول الأول. وقام الباحث بتقسيم البيانات إلى أربعة مجالات: ١) المفاهيم الجبرية الموجودة في الوحدة. ٢) الأمثلة الموجودة في الوحدة؛ لتوضيح المفاهيم الجبرية. ٣) التدريبات الصفية الموجودة في الوحدة؛ لتقييم عملية تعلم الطلبة. ٤) التمارين والمسائل الموجودة في الوحدة؛ لتقييم عملية تعلم الطلبة. وقام الباحث بترميز جداول تفريغ التمثيلات والمراوحات بينها، حيث وضع الباحث علامة واحدة فقط لكل تمثيل أو مراوحة استخدمت، وعلامة صفر إذا لم يُستخدم التمثيل، أو المراوحة، وتم احتساب النسب المئوية للتوافق بين التحليلين (percent of agreement)، كما استخدم الباحث معامل كابا (Kappa coefficient) لحذف أثر المصادفة من نسبة الاتفاق بين التحليلين، حيث يرى فيرا وجاريت (Viera, & Garrett, 2005) أن معامل كابا $K = (po - pe) / (1 - pe)$ حيث:

(observed agreement), (pe) is (expected agreement) (Po) is

والجدول رقم (٣) التالي يظهر نسبة توافق التحليلين ومعامل كابا للمجالات الأربع، بالإضافة إلى جميع المجالات مجتمعة، بين تحليل الباحث في المرة الأولى وتحليله في المرة الثانية.

جدول رقم (٣)

معاملات ثبات تحليل الجوانب الرئيسية في تحليل الباحث للمرة الأولى والثانية

نوع النشاط	المفاهيم الجبرية	الأمثلة	التدريبات الصفية	التمارين والمسائل	جميع المجالات
معامل الثبات	١,٠٠	٠,٩٨	١,٠٠	١,٠٠	١,٠٠
نسبة التوافق (%)	١٠٠	٩٨	١٠٠	١٠٠	٩٩

يلاحظ من الجدول رقم (٣) أن نسبة التوافق بين التحليلين قد تراوحت بين ٩٨% و ١٠٠%، كما تراوحت قيم معامل كابا بين ٠,٩٨ و ١، حيث تتجاوز هذه القيم الحد المقبول لمعامل كابا (٠,٧) (Viera & Garrett, 2005)، وتشير هذه النتائج إلى درجة عالية من التوافق بين التحليلين، وهذا يظهر توفر درجة عالية من الثبات والمصداقية في نتائج التحليل.

وقام الباحث بتدريب زميل له، وهو معلم رياضيات، على تحليل وحدة الجبر، وتفريغ التمثيلات والمراوحات بينها المستخدمة في الوحدة، وزوده بالكتاب المستهدف، وجدول تفريغ التمثيلات الذي أعده الباحث، وعرّفه على أنواع التمثيلات والمراوحات بينها، وطلب منه رصدها في الجدول المعد لهذا الغرض، وقام الباحث بترميز التمثيلات لتحليل الباحث الثاني، وتم احتساب النسب المئوية للتوافق بين التحليلين percent of agreement، كما تم

احتساب معامل كابا Kappa coefficient لحذف أثر المصادفة من نسبة الاتفاق بين التحليلين، والجدول رقم (٤) يظهر نسبة توافق التحليلين ومعامل كابا للمجالات الأربع، بالإضافة إلى جميع المجالات مجتمعة، بين تحليل الباحث نفسه وتحليل معلم آخر.

جدول رقم (٤)

معاملات ثبات تحليل الجوانب الرئيسية في تحليل الباحث وتحليل معلم آخر

نوع النشاط	المفاهيم	الأمثلة	التدريبات الصفية	التمارين والمسائل	جميع المجالات
معامل الثبات	١,٠٠	٠,٨٨	٠,٩٦	٠,٨٨	٠,٩٢
نسبة التوافق (%)	١٠٠	٩٠	٩٦	٨٨	٩١

يلاحظ من الجدول رقم (٤) أن نسبة التوافق بين التحليلين قد تراوحت بين ٨٨% و ١٠٠%، كما تراوحت قيم معامل كابا بين ٠,٨٨ و ١، حيث تتجاوز هذه القيم الحد المقبول لمعامل كابا (٠,٧) (Viera & Garrett, 2005)، وتشير هذه النتائج أيضاً إلى درجة عالية من التوافق بين التحليلين.

٣: ٧ إجراءات الدراسة:

بعد أن حصل الباحث على الموافقة من قبل اللجنة المشرفة، قام بتقديم طلب لتسهيل المهمة من وزارة التربية والتعليم الفلسطينية، وبعد الحصول عليها من وزارة التربية والتعليم الفلسطينية، ومن مديرية التربية والتعليم في محافظة رام الله. قام الباحث باختيار عينة قصدية، تتكون من ثلاثة أفراد، معلِمَين ومعلمة يُدَرسون في مدارس قريبة من عمل الباحث، والذي يعمل كمدرس في مدرسة من مدارس رام الله، وذلك ليتسنى للباحث التنقل بين تلك

المدارس ومكان عمله؛ لحضور الحصص الصفية، وإجراء المقابلات مع العينة، دون أن يؤثر ذلك على عمله.

ثم قام الباحث بالتنسيق مع مشرف الرياضيات وقسم الإشراف؛ لتدريس وحدة الجبر في المدارس التي تم اختيارها؛ لتكون عينة الدراسة في الفصل الأول من العام الدراسي ٢٠١٢/٢٠١١م، حيث أن وحدة الجبر هي جزء من مواد الفصل الثاني من الكتاب المقرر، لكي يضمن الباحث أن لا يعترض المشرف على الخطة التي يعدها المعلم للفصل الأول لأنها تحتوي على مادة للفصل الثاني، وكذلك على عدم احتواء خطة الفصل الثاني لأولئك المعلمين على وحدة الجبر، ووافق مشرف الرياضيات وقسم الإشراف على ذلك، بعد أن تأكدوا بأن وحدة الجبر لا تعتمد على أي وحدة سيتم شرحها بعدها، وقام الباحث بعد ذلك بالتنسيق مع مدراء ومعلمي تلك المدارس على ذلك، وأبدى الجميع تعاونا تاما مع الباحث.

قام الباحث بالحصول على الجزء الثاني من كتاب الرياضيات للصف السابع، الذي يحتوي على بعض التعديلات، من مركز المناهج الفلسطيني، وقام الباحث بطباعة الوحدة مع التعديلات المطلوبة عليها؛ لاستخدامها في التدريس من قبل المعلمين المشتركين في الدراسة، وتم توزيعها على المدارس المستهدفة.

كان المعلم يبلغ إدارة المدرسة بنفس اليوم الذي يريد مشاهدة حصة الرياضيات فيها بشكل عشوائي، لكي لا يغير المعلم المشارك من تلك لمدرسة تحضيره للحصة، ويبقى على طبيعته في عرض الحصص.

قام الباحث بمشاهدة خمس حصص لكل معلم من عينة الدراسة بشكل عشوائي، وقام بكتابة الحصص بشكل كامل على أوراق؛ ليتسنى له تفريغ التمثيلات والمراوحات بينها، وقام

بتسجيل عدد منها، حيث تم تسجيل أربع حصص للمعلمة أمل بالفيديو، وتسجيل حصتين بالفيديو للمعلم سالم، وتسجيل ثلاث حصص بالفيديو، وحصتين تسجيل صوتي للمعلم نادر، وقد تحفظ المعلم سالم في البداية وعارضت المعلمة أمل التسجيل، أما المعلم نادر فقد أبدى استعداده من أول يوم وقبوله للتسجيل، وبعد تسجيل أول حصة للمعلم نادر وتوضيح الباحث لباقي أفراد العينة أهمية التسجيل، وافق الجميع على تسجيل الحصص، وقام الباحث بتسجيل الحصص بالفيديو أو صوتياً؛ لمساعدة الباحث في تحليل المشاهدات الصفية لكل معلم من المعلمين المشاركين في الدراسة، وللتأكد من التفريغ الكامل والدقيق لتلك المشاهدات.

وقام بمقابلة كل معلم من المعلمين المشاركين في الدراسة، وطرح عليه الأسئلة التي اعدت لذلك؛ ليستطلع آراءهم حول وحدة الجبر في كتاب الرياضيات للصف السابع، وطريقة عرضها، والعمل على تطويرها، وقام بتسجيل إجابات كل منهم صوتياً، بالإضافة إلى تدوينها خطياً. وتم عرض تلك الإجابات في الفصل الخامس (مناقشة النتائج)؛ لأنها ستساعد على تبرير مدى استخدام المعلمين من أفراد العينة، للتمثيلات الرياضية والمراوحات بينها، في شرحهم للوحدة المستهدفة.

قام الباحث بتحليل وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي، والمقر العمل به من قبل وزارة التربية والتعليم الفلسطينية، والذي طبع عام ٢٠١١ م؛ لمعرفة التمثيلات الرياضية الموجودة في الكتاب، ومتوسط استخدام كل من هذه التمثيلات الرياضية، وتحديد المراوحات بينها، ومتوسط استخدام كل منها في الكتاب المستهدف، ومقارنتها مع تلك التي اقترحها لش (Lesh) وزملائه في الإطار النظري. حيث قام الباحث بتفريغ التمثيلات الرياضية المتعددة الموجودة في كتاب الرياضيات المقرر للصف السابع في جدول، قام

الباحث بتصميمه لهذا الهدف، وقام بتحديد المراوحات بينها. كما تم تفريغ التمثيلات الرياضية المستخدمة في كل حصة لكل معلم والمراوحات بينها، في الجدول الخاص الذي أعده الباحث لهذا الغرض.

وقام الباحث بترميز التمثيلات والمراوحات بينها، حيث وضع علامة واحدة لكل تمثيل وكل مراوحة بين تمثيلين مختلفين مستخدمة في الوحدة، وعلامة صفر للتمثيل والمراوحة غير المستخدمة في وحدة الجبر، لحساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات في كل مجال من مجالات التحليل، وعلامات كل مراوحة بين تلك التمثيلات المستخدمة في وحدة الجبر للصف السابع. وتم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لكل من هذه التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها، التي يستخدمها كل فرد من أفراد العينة في الدراسة، ومقارنتها مع التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها، الموجودة في الكتاب المقرر، ومع ما يعرضه لش (Lesh) وزملاؤه. لمحاولة الربط بين ما هو موجود بشكل نظري في الكتاب المقرر، وما يتم على أرض الواقع في غرفة الصف.

٣: ٨ المعالجة الإحصائية:

١) **للإجابة على السؤال الأول:** ما أنواع التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها، المتوفرة في وحدة الجبر من الكتاب المدرسي، وما مدى كفاية هذه التمثيلات والمراوحات بينها، بالمقارنة مع نموذج لش (Lesh) للتمثيلات؟

قام الباحث بتحليل وحدة الجبر من كتاب الرياضيات المقرر للصف السابع، بغرض تحديد وتسجيل أنواع التمثيلات المستخدمة، وتكرار كل نوع من هذه التمثيلات، وعمليات

الانتقال والمراوحة بين هذه التمثيلات، في الكتاب المدرسي. وقام بتنظيم هذه البيانات في الجدول الذي أعده الباحث لهذا الغرض، والجدول مرصود بشكل كامل في ملحق رقم(٢). وتشمل هذه الأنواع كلا من الرموز المكتوبة (ر)، والألفاظ (ل)، والمواقف الحياتية (ح)، والنماذج والمجسمات (ن)، والصور والأشكال (ص). وقام الباحث بحساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات كل تمثيل منها في كل مجال، ولجميع المجالات مجتمعة، ومقارنتها مع الوضع المثالي الذي يعرضه لش (Lesh) وزملاؤه، والجدول رقم (٥) يبين تلك المتوسطات والانحرافات المعيارية للمفاهيم الجبرية في الوحدة، وجدول رقم (٦) للأمثلة الواردة في الوحدة، وجدول رقم (٧) للتدريبات الصفية في الوحدة، والجدول رقم (٨) للتمارين والمسائل في الوحدة، بينما جدول رقم (٩) للمتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لكل المجالات مجتمعة. وكذلك لحساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لكل مراوحة بين تمثيلين منها، والجدول رقم (١٠) يبين المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية للمراوحات في مجال المفاهيم الجبرية في الوحدة، والجدول رقم (١١) لها في مجال الأمثلة الموجودة في الوحدة، والجدول رقم (١٢) لها في التدريبات الصفية المعروضة في الوحدة، والجدول رقم (١٣) لها في التمارين والمسائل المرفقة في الوحدة، بينما الجدول رقم (١٤) للمتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لتلك المجالات مجتمعة.

٢) **وللإجابة على السؤال الثاني:** ما مدى استخدام مدرسي الرياضيات للصف السابع، المشاركين في الدراسة لكل نوع من هذه التمثيلات وللمراوحات بينها، في تدريسهم لوحدة الجبر، وما مدى كفاية هذه التمثيلات والمراوحات بينها، بالمقارنة مع الكتاب المدرسي ومع نموذج لش (Lesh) للتمثيلات؟

قام الباحث بتسجيل أنواع التمثيلات الرياضية التي استخدمها المعلمون المشاركون، وتكراراتها والمراوحات فيما بينها، وذلك من خلال مشاهدة الباحث لهؤلاء المعلمين أثناء تدريسهم للوحدة. وقام الباحث بترميز التمثيلات والمراوحات بينها، حيث وضع علامة واحدة لكل تمثيل وكل مراوحة استخدمها كل معلم، وعلامة صفر للتمثيل والمراوحة التي لم يستخدمها المعلم، وقام الباحث بحساب المتوسطات الحسابية، والانحرافات المعيارية لعلامات كل نوع من هذه التمثيلات، ولعلامات كل من المراوحات، وقام بمقارنة نتائج مدى استخدام المعلم لكل نوع من التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها مع تلك التي يقدمها الكتاب المدرسي، ومع الوضع المثالي لنموذج لش(Lesh) وزملائه.

الفصل الرابع

نتائج الدراسة

يتناول هذا الفصل، النتائج التي توصل إليها الباحث، من تحليله لوحدة الجبر، ومشاهداته الصفية لأفراد العينة. فقد هدفت هذه الدراسة، إلى معرفة التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها، المستخدمة في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي في فلسطين، وذلك من خلال تحليل وحدة الجبر، في الكتاب المقرر في الرياضيات للصف السابع، ومعرفة مدى توفر هذه التمثيلات والمراوحات المستخدمة في نفس الوحدة، مقارنة مع الوضع المثالي للتمثيلات والمراوحات بينها، طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه. وتحديد مدى استخدام معلمي ومعلمات الرياضيات من أفراد العينة لهذه التمثيلات والمراوحات بينها، ومدى كفاية التمثيلات التي يستخدمها المعلمون في الصف الدراسي، مع تلك الموجودة في الكتاب المقرر، ومدى كفاية التمثيلات والمراوحات بينها، التي يستخدمها المعلمون في الصف الدراسي، طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه.

ولعرض نتائج الدراسة قام الباحث بتصنيفها وفقا لسؤالي الدراسة كما يلي:

٤: ١ للإجابة على السؤال الأول: ما أنواع التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها، المتوفرة في وحدة الجبر، من الكتاب المدرسي المقرر للصف السابع، وما مدى كفاية هذه التمثيلات والمراوحات بينها، بالمقارنة مع نموذج لش (Lesh) للتمثيلات؟

للإجابة على هذا السؤال، قام الباحث بتحليل وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع، وتفريغ التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها، المتوفرة في الوحدة، في الجدول الذي أعده الباحث لهذا الغرض، ووضع الباحث علامة واحدة لكل تمثيل، ولكل مراوحة متوفرة،

وتم حساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لعلامات كل تمثيل، ولكل مراوحة، وقام الباحث بتقسيم النتائج إلى قسمين رئيسيين، هما: **أولا:** النتائج المتعلقة بالتمثيلات الرياضية لكل المواضيع في الوحدة. **ثانيا:** النتائج المتعلقة بالمراوحات بين التمثيلات.

وقام الباحث بتقسيم كلا من هذين القسمين إلى خمسة أجزاء: ١) المفاهيم. ٢) الأمثلة. ٣) التدريبات الصفية. ٤) التمارين والمسائل. ٥) المجالات الأربعة مجتمعة.

٤: ١:١ النتائج المتعلقة بالتمثيلات.

١) النتائج المتعلقة بالمفاهيم الرياضية: وهي النتائج في تحليل وحدة الجبر من الكتاب المدرسي للصف السابع الأساسي، والتي تتعلق بالتمثيلات الرياضية المتوفرة للمفاهيم الجبرية في الوحدة المستهدفة، حيث يبين الجدول رقم (٥) التالي المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية، لعلامات التمثيلات الرياضية المتوفرة في تقديم المفاهيم في وحدة الجبر في الكتاب.

جدول رقم (٥)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات المتوفرة للمفاهيم في الوحدة

نوع التمثيل	الرموز المكتوبة (ر)	اللفظي (ل)	المواقف الحياتية (ح)	النماذج والمجسمات (ن)	الصور والأشكال (ص)
المتوسط الحسابي	١,٠٠	١,٠٠	٠,١٠	٠,٠٠	٠,٢٠
الانحراف المعياري	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٣٢	٠,٠٠	٠,٤٢

يظهر من الجدول رقم (٥)، أن المتوسط الحسابي لعلامات كل من التمثيل بالرموز المكتوبة، والتمثيل باللغة المحكية للمفاهيم الرياضية يساوي ١,٠٠ بانحراف معياري صفر،

وأنها مُثِّلت بشكل مرتفع جداً في مفاهيم الوحدة، طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، وواضح من الوسط الحسابي لكل من التمثيل بالرموز المكتوبة واللفظي، أنها استخدمت في تقديم كل المفاهيم الجبرية في الوحدة. بينما كان المتوسط الحسابي للتمثيل بالصور والأشكال ٠,٢٠ وبانحراف معياري ٠,٤٢، وهذا يظهر أن استخدام التمثيل بالصور والأشكال، كان منخفضاً في توضيح المفاهيم طبقا لنفس النموذج، أما المتوسط الحسابي لاستخدام تمثيل المواقف الحياتية، فكان ٠,١٠ وبانحراف معياري ٠,٣٢، وهذا يظهر أن استخدام التمثيل بالمواقف الحياتية، كان منخفضاً جداً في تقديم مفاهيم الوحدة، طبقا لنفس النموذج، أما المتوسط الحسابي للتمثيل بالنماذج والمجسمات، فكان صفرا وبانحراف معياري صفر، وهذا يظهر أن التمثيل باستخدام النماذج والمجسمات للمفاهيم لم يُستخدم على الإطلاق.

٢) النتائج المتعلقة بالأمثلة الرياضية: وهي النتائج في تحليل الوحدة، المتعلقة بالتمثيلات التي استخدمت في تقديم الأمثلة المتوفرة، لتوضيح المفاهيم الجبرية في الوحدة المستهدفة، حيث يبين الجدول رقم (٦) التالي المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات الرياضية، التي استخدمت في تقديم الأمثلة في الوحدة.

جدول رقم (٦)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات المستخدمة لتوضيح الأمثلة في الوحدة

نوع التمثيل	الرموز المكتوبة (ر)	اللفظي (ل)	المواقف الحياتية (ح)	النماذج والمجسمات (ن)	الصور والأشكال (ص)
المتوسط الحسابي	١,٠٠	١,٠٠	٠,٢٢	٠,٢٠	٠,٣٥
الانحراف المعياري	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٤١	٠,٤٠	٠,٤٨

يظهر من الجدول رقم (٦)، وطبقاً لنموذج لش (Lesh) وزملائه، أن المتوسط الحسابي لعلامات كل من التمثيل بالرموز المكتوبة، والتمثيل اللفظي للأمثلة الرياضية يساوي ١,٠٠ وبانحراف معياري صفر، وأنها مُثِّلت بشكل مرتفع جداً في تقديم أمثلة الوحدة، وهذا يظهر أن كل أمثلة الوحدة استخدمت التمثيل بالرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي، بينما كان المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالصور والأشكال ٠,٣٥، وبانحراف معياري ٠,٤٨، وهذا يظهر أن استخدام التمثيل بالصور والأشكال كان منخفضاً في الأمثلة المقدمة في الوحدة، أما المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالمواقف الحياتية، فكان ٠,٢٢، وبانحراف معياري ٠,٤١، وهذا يظهر أن استخدام التمثيل بالمواقف الحياتية كان ضعيفاً في تقديم أمثلة الوحدة، أما المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالنماذج والمجسمات المستخدمة في الوحدة كان ٠,٢٠، وبانحراف معياري ٠,٤٠، وهذا يظهر أن التمثيل باستخدام النماذج والمجسمات في حالة الأمثلة كان منخفضاً.

٣) **النتائج المتعلقة بالتدريبات الصفية:** وهي النتائج في تحليل الوحدة، والمتعلقة بالتمثيلات التي استخدمت في تقديم التدريبات الصفية، ويبين الجدول رقم (٧) التالي، المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات الرياضية للتدريبات الصفية.

جدول رقم (٧)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات المستخدمة في التدريبات الصفية في الوحدة

نوع التمثيل	الرموز المكتوبة (ر)	اللفظي (ل)	المواقف الحياتية (ح)	النماذج والمجسمات (ن)	الصور والأشكال (ص)
المتوسط الحسابي	١,٠٠	١,٠٠	٠,٠٤	٠,٠٣	٠,٢٣
الانحراف المعياري	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٢٠	٠,١٧	٠,٤٢

يظهر من الجدول رقم (٧) وطبقاً لنموذج لش (Lesh) وزملائه، أن المتوسط الحسابي لعلامات كل من التمثيل بالرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي للتدريبات الصفية يساوي ١,٠٠ بانحراف معياري صفر، وأنها مُثِّلت بشكل مرتفع جداً في تدريبات الوحدة، وهذا يظهر أن كل التدريبات في الوحدة تستخدم التمثيل اللفظي والتمثيل بالرموز المكتوبة، بينما كان المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالصور والأشكال ٠,٢٣، وبانحراف معياري ٠,٤٢، وهذا يظهر أن استخدام التمثيل بالصور والأشكال كان منخفضاً في تدريبات الوحدة، أما المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالمواقف الحياتية المتوفرة في الوحدة فكان ٠,٠٤، وبانحراف معياري ٠,٢٠، وكان المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالنماذج والمجسمات ٠,٠٣، وبانحراف معياري ٠,١٧، وهذا يظهر أن معدل استخدام كلا من التمثيل بالمواقف الحياتية، والتمثيل بالنماذج والمجسمات، كان منخفضاً جداً في تدريبات الوحدة.

٤) النتائج المتعلقة بالتمارين والمسائل: وهي النتائج في تحليل الوحدة، والمتعلقة بالتمثيلات التي استخدمت في تقديم التمارين والمسائل، حيث يبين الجدول رقم (٨) التالي،

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات الرياضية المتوفرة، للتمارين والمسائل في الوحدة.

جدول رقم (٨):

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمارين والمسائل في الوحدة

نوع التمثيل	الرموز المكتوبة (ر)	اللفظي (ل)	المواقف الحياتية (ح)	النماذج والمجسمات (ن)	الصور والأشكال (ص)
المتوسط الحسابي	١,٠٠	١,٠٠	٠,٠٥	٠,٠٨	٠,٣٣
الانحراف المعياري	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٢٣	٠,٢٧	٠,٤٧

يظهر من الجدول رقم (٨)، أن المتوسط الحسابي لكل من الرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي للتمارين والمسائل في الوحدة يساوي ١,٠٠، وبانحراف معياري صفر، وأنها مُثِّلت بشكل مرتفع جداً في الوحدة، طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، وهذا يظهر أن كل التمارين والمسائل في الوحدة استُخدِم التمثيل بالرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي في تقديمها، بينما نلاحظ من الجدول أن المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالصور والأشكال المتوفرة في تمارين ومسائل الوحدة كان ٠,٣٣، وبانحراف معياري ٠,٤٧، وهذا يظهر أن استخدام التمثيل بالصور والأشكال كان منخفضاً في تمارين الوحدة طبقا لنفس النموذج. أما المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالمواقف الحياتية فكان ٠,٠٥، وبانحراف معياري ٠,٢٣، وهذا يظهر أن استخدام التمثيل بالمواقف الحياتية كان منخفضاً جداً، وكان المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالنماذج والمجسمات ٠,٠٨، وبانحراف معياري ٠,٢٧، وهذا يظهر أن التمثيل باستخدام النماذج والمجسمات للتمارين كان منخفضا جداً.

٥) النتائج المتعلقة بمعدل المجالات الأربعة: وهي نتائج تحليل الوحدة، المتعلقة بكل التمثيلات في الوحدة، والتي توفرت في توضيح المفاهيم الجبرية في الوحدة، أو تقديم أمثلة الوحدة، أو عرض التدريبات الصفية، أو التمارين والمسائل في الوحدة، والجدول رقم (٩) التالي، يبين المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات الرياضية في المجالات الأربعة في الوحدة.

جدول رقم (٩)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات في جميع المجالات في الوحدة

نوع التمثيل	الرموز المكتوبة (ر)	اللفظي (ل)	المواقف الحياتية (ح)	النماذج والمجسمات (ن)	الصور والأشكال (ص)
المتوسط الحسابي	١,٠٠	١,٠٠	٠,١٠	٠,١٠	٠,٣١
الانحراف المعياري	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٣٠	٠,٣٠	٠,٤٦

يظهر من الجدول رقم (٩)، وطبقاً لنموذج لش (Lesh) وزملائه، أن المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالرموز المكتوبة، والتمثيل اللفظي لجميع المجالات يساوي ١,٠٠ بانحراف معياري صفر، وأنها مُثِّلت بشكل مرتفع جداً في الوحدة، وهذا يظهر أن كل المفاهيم وكل الأمثلة وكل التدريبات الصفية، وكذلك كل التمارين والمسائل المتوفرة في الوحدة، استخدمت التمثيل بالرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي، بينما كان المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالصور والأشكال ٠,٣١، وبانحراف معياري ٠,٤٦، وهذا يظهر أن استخدام التمثيل بالصور والأشكال كان منخفضاً في الوحدة، أما المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالمواقف الحياتية

فكان ٠,١٠ وبانحراف معياري ٠,٣٠، وكذلك كان المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالنماذج والمجسمات ٠,١٠، وبانحراف معياري ٠,٣٠، وهذا يظهر أن معدل استخدام كل من التمثيل بالمواقف الحياتية، والتمثيل باستخدام النماذج والمجسمات، كان منخفضاً جداً في الوحدة.

٤: ١: ٢ ملخص نتائج التمثيلات المتوفرة في الوحدة:

يظهر من البيانات المتعلقة بالتمثيلات الرياضية، وطبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، أن كلاً من التمثيل بالرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي، قد مُثِّلا بشكل مرتفع جداً في الوحدة ، بينما تراوح الوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالمواقف الحياتية في مختلف المجالات، بين ٠,٠٤ و ٠,٢٢، وبمعدل ٠,١٠، وهذا يظهر أنه مُثِّل بشكل منخفض جداً في الوحدة، بينما تراوح الوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالنماذج والمجسمات في مختلف المجالات، بين صفر و ٠,٢٠، وبمعدل ٠,١٠، وهذا يظهر أنه مُثِّل بشكل منخفض جداً في الوحدة، بينما تراوح الوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالصور والأشكال في مختلف المجالات، بين ٠,٢٠ و ٠,٣٥، وبمعدل ٠,٣٠، وهذا يظهر أنه مُثِّل بشكل منخفض في الوحدة.

٤: ١: ٣ النتائج المتعلقة بالمراوحات بين التمثيلات المختلفة:

١) النتائج المتعلقة بالمراوحات بين التمثيلات في المفاهيم الجبرية: وهي النتائج في تحليل وحدة الجبر، من كتاب الرياضيات للصف السابع، والتي تظهر المراوحات والانتقالات بين

التمثيلات المتوفرة في المفاهيم الجبرية في الوحدة، ويبين الجدول رقم (١٠) التالي، المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة للمفاهيم الجبرية في الوحدة.

الجدول رقم (١٠): المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة للمفاهيم الجبرية في الوحدة

المراوحات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
ر ⟵ ل	١,٠٠	٠,٠٠
ر ⟵ ح	٠,١	٠,٣٢
ر ⟵ ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ر ⟵ ص	٠,١	٠,٣٢
ل ⟵ ر	٠,١	٠,٣٢
ل ⟵ ح	٠,٠٠	٠,٠٠
ل ⟵ ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ل ⟵ ص	٠,١	٠,٣٢
ح ⟵ ر	٠,٠٠	٠,٠٠
ح ⟵ ل	٠,٠٠	٠,٠٠
ح ⟵ ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ح ⟵ ص	٠,٠٠	٠,٠٠
ن ⟵ ر	٠,٠٠	٠,٠٠
ن ⟵ ل	٠,٠٠	٠,٠٠
ن ⟵ ح	٠,٠٠	٠,٠٠
ن ⟵ ص	٠,٠٠	٠,٠٠
ص ⟵ ر	٠,١	٠,٣٢
ص ⟵ ل	٠,٠٠	٠,٠٠
ص ⟵ ح	٠,٠٠	٠,٠٠
ص ⟵ ن	٠,٠٠	٠,٠٠

يظهر من الجدول رقم (١٠)، أن المتوسط الحسابي لعلامات المراوحة من التمثيل بالرموز المكتوبة إلى التمثيل اللفظي يساوي ١,٠٠، بانحراف معياري صفر، وأنه مُثِّل بشكل مرتفع جداً في تقديم المفاهيم في الوحدة، طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، ونلاحظ أن كل

المفاهيم الجبرية في الوحدة، استخدمت المراوحة من التمثيل الرمزي إلى التمثيل اللفظي، وأن المتوسط الحسابي لعلامات المراوحات بين التمثيلات التالية: (من الرموز المكتوبة إلى المواقف الحياتية، ومن الرموز المكتوبة إلى الصور والأشكال، ومن التمثيل اللفظي إلى الرموز المكتوبة، ومن التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال، ومن الصور والأشكال إلى الرموز المكتوبة)، كان ٠,١٠٠، وبانحراف معياري ٠,٣٢، وهذا يظهر أنها مثلت بشكل منخفض جداً، ونلاحظ أن المتوسط الحسابي لعلامات المراوحات بين التمثيلات التالية: (من الرموز المكتوبة إلى النماذج والمجسمات، ومن التمثيل اللفظي إلى المواقف الحياتية، ومن التمثيل اللفظي إلى النماذج والمجسمات، ومن المواقف الحياتية إلى الرموز، ومن المواقف الحياتية إلى التمثيل اللفظي ، ومن المواقف الحياتية إلى النماذج والمجسمات، ومن المواقف الحياتية إلى الصور والأشكال، ومن النماذج والمجسمات إلى الرموز، ومن النماذج والمجسمات إلى التمثيل اللفظي ، ومن النماذج والمجسمات إلى المواقف الحياتية، ومن النماذج والمجسمات إلى الصور والأشكال، ومن الصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي ، ومن الصور والأشكال إلى المواقف الحياتية، ومن الصور والأشكال إلى النماذج والمجسمات) كان صفراً وبانحراف معياري صفر وأنها لم تستخدم في الوحدة على الإطلاق.

٢) **النتائج المتعلقة بالمراوحات بين التمثيلات في الأمثلة:** وهي النتائج في تحليل الوحدة المستهدفة، والتي تظهر المراوحات والانتقالات بين التمثيلات المتوفرة في أمثلة الوحدة، **و**يبين

الجدول رقم (١١) المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة للأمثلة في الوحدة.

الجدول رقم (١١): المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة في الوحدة للأمثلة

المراوحات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
ر ← ل	٠,٠٩	٠,٣٠
ر ← ح	٠,٠٠	٠,٠٠
ر ← ن	٠,٠٥	٠,٢٣
ر ← ص	٠,٠١	٠,١٢
ل ← ر	٠,٤٣	٠,٤٥
ل ← ح	٠,١٥	٠,٣٧
ل ← ن	٠,١١	٠,٣١
ل ← ص	٠,٢٢	٠,٤٢
ح ← ر	٠,٠٥	٠,٢٣
ح ← ل	٠,١٥	٠,٣٧
ح ← ن	٠,١١	٠,٣١
ح ← ص	٠,٠٥	٠,٢٣
ن ← ر	٠,٠٥	٠,٢٣
ن ← ل	٠,٠٥	٠,٢٣
ن ← ح	٠,٠٥	٠,٢٣
ن ← ص	٠,٠٥	٠,٢٣
ص ← ر	٠,٢٧	٠,٤٥
ص ← ل	٠,٢٠	٠,٤١
ص ← ح	٠,٠٥	٠,٢٣
ص ← ن	٠,١٤	٠,٣٤

يظهر من الجدول رقم (١١)، أن المتوسط الحسابي للمراوحة من التمثيل اللفظي، إلى التمثيل بالرموز المكتوبة يساوي ٠,٤٣، بانحراف معياري ٠,٤٥، وأنها مُثِّلت بشكل متوسط في أمثلة الوحدة طبقاً لنموذج لش (Lesh) وزملائه، ونلاحظ أن المتوسط الحسابي للمراوحة من التمثيل بالرموز المكتوبة إلى التمثيل بالمواقف الحياتية يساوي صفراً، وهذا يظهر أن هذه

المراوحة لم تُستخدم في أمثلة الوحدة على الإطلاق، ونلاحظ أن المتوسط الحسابي لباقي المراوحات تراوح بين ٠,٠١ و ٠,٢٧ وهذا يظهر أنها مُثِّلت بشكل منخفض ومنخفض جداً في أمثلة الوحدة طبقا لنفس النموذج.

٣) **النتائج المتعلقة بالمراوحات بين التمثيلات في التدريبات الصفية:** وهي النتائج في تحليل الوحدة المستهدفة، والتي تُظهِر المراوحات والانتقالات بين التمثيلات المتوفرة في التدريبات الصفية في الوحدة، ويبين الجدول رقم (١٢) المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة في التدريبات الصفية في الوحدة.

الجدول رقم (١٢): المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة في التدريبات الصفية في الوحدة.

المراوحات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
ر ← ل	٠,٠٠	٠,٠٠
ر ← ح	٠,٠٠	٠,٠٠
ر ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ر ← ص	٠,٠٠	٠,٠٠
ل ← ر	٠,٣٠	٠,٤٦
ل ← ح	٠,٠١	٠,١١
ل ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ل ← ص	٠,٠١	٠,١١
ح ← ر	٠,٠٤	٠,٢٠
ح ← ل	٠,٠١	٠,١١
ح ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ح ← ص	٠,٠٣	٠,١٧
ن ← ر	٠,٠٣	٠,١٧
ن ← ل	٠,٠٣	٠,١٧
ن ← ح	٠,٠٣	٠,١٧
ن ← ص	٠,٠٣	٠,١٧
ص ← ر	٠,٠٨	٠,٢٨
ص ← ل	٠,٠٧	٠,٢٥
ص ← ح	٠,٠٣	٠,١٧
ص ← ن	٠,٠٣	٠,١٧

يظهر من الجدول رقم (١٢) أن أكبر متوسط حسابي لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة في التدريبات الصفية كان ٠,٣٠، وبانحراف معياري ٠,٤٦، للمراوحة من التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالرموز المكتوبة، وانه مُثِّل بشكل منخفض، بينما نلاحظ أن كلا من المراوحات بين التمثيلات التالية (من التمثيل بالرموز المكتوبة إلى التمثيل اللفظي، ومن التمثيل بالرموز المكتوبة إلى التمثيل بالمواقف الحياتية، ومن التمثيل بالرموز المكتوبة إلى التمثيل بالنماذج والمجسمات، ومن التمثيل بالرموز المكتوبة إلى التمثيل بالصور والأشكال، ومن التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالنماذج والمجسمات، ومن التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل بالنماذج والمجسمات) كان صفراً، وهذا يظهر أن هذه المراوحات لم تُستخدم في التدريبات الصفية في الوحدة على الإطلاق، بينما تراوح المتوسط الحسابي لباقي المراوحات، بين ٠,٠١ و ٠,٠٨، وبانحراف معياري تراوح بين ٠,١١ و ٠,٢٨، وهذا يظهر أنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً في تدريبات الوحدة، طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه.

٤) **النتائج المتعلقة بالمراوحات بين التمثيلات في التمارين والمسائل:** وهي النتائج في تحليل وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع، والتي تظهر المراوحات والانتقالات بين التمثيلات المتوفرة في تمارين الوحدة، ويبين الجدول رقم (١٣) التالي، المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة للتمارين والمسائل في الوحدة.

الجدول رقم (١٣): المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة للتمارين والمسائل في الوحدة

المراوحات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
ر ← ل	٠,١٣	٠,٣٤
ر ← ح	٠,٠٠	٠,٠٠
ر ← ن	٠,٠٣	٠,١٨
ر ← ص	٠,٠٨	٠,٢٧
ل ← ر	٠,٢٩	٠,٤٦
ل ← ح	٠,٠٣	٠,١٨
ل ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ل ← ص	٠,٠٢	٠,١٥
ح ← ر	٠,٠١	٠,١٠
ح ← ل	٠,٠٤	٠,٢١
ح ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ح ← ص	٠,٠٠	٠,٠٠
ن ← ر	٠,٠٠	٠,٠٠
ن ← ل	٠,٠٠	٠,٠٠
ن ← ح	٠,٠٢	٠,١٥
ن ← ص	٠,٠٢	٠,١٥
ص ← ر	٠,٢٣	٠,٤٢
ص ← ل	٠,١٤	٠,٣٥
ص ← ح	٠,٠٠	٠,٠٠
ص ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠

يظهر من الجدول رقم (١٣) أن المتوسط الحسابي لعلامات المراوحة من التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالرموز المكتوبة كان ٠,٢٩، وبانحراف معياري ٠,٤٦، وأنه مثل بشكل منخفض، وأن المتوسط الحسابي لعلامات المراوحات بين التمثيلات التالية: (من الرموز المكتوبة إلى التمثيل اللفظي، ومن الرموز المكتوبة إلى النماذج والمجسمات، ومن الرموز المكتوبة إلى الصور والأشكال، ومن التمثيل اللفظي إلى المواقف الحياتية، ومن التمثيل

اللفظي إلى الصور والأشكال، ومن المواقف الحياتية إلى الرموز المكتوبة، ومن المواقف الحياتية إلى التمثيل اللفظي، ومن النماذج والمجسمات إلى المواقف الحياتية، ومن النماذج والمجسمات إلى الصور والأشكال، ومن الصور والأشكال إلى الرموز المكتوبة، ومن الصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي)، تراوح بين ٠,٠١ و ٠,٢٣، وبانحراف معياري تراوح بين ٠,١٠ و ٠,٤٢، وهذا يظهر أنها مُثِّلت بشكل منخفض ومنخفض جداً في الوحدة، طبقا لنموذج لش (Lesh)، ونلاحظ أن المراوحات بين التمثيلات التالية: (من الرموز المكتوبة إلى التمثيل بالمواقف الحياتية، ومن التمثيل اللفظي إلى النماذج والمجسمات، ومن المواقف الحياتية إلى النماذج والمجسمات، ومن المواقف الحياتية إلى الصور والأشكال، ومن النماذج والمجسمات إلى الرموز المكتوبة، ومن النماذج والمجسمات إلى التمثيل اللفظي، ومن الصور والأشكال إلى المواقف الحياتية، ومن الصور والأشكال إلى النماذج والمجسمات) كانت معدومة في تمارين الوحدة المستهدفة.

٥) النتائج المتعلقة بالمراوحات بين التمثيلات في كل المجالات: وهي النتائج في تحليل وحدة الجبر، من كتاب الرياضيات للصف السابع، والتي تظهر المراوحات والانتقالات بين التمثيلات المتوفرة في الوحدة ككل، ويبين الجدول رقم (١٤) التالي، المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة في الوحدة.

الجدول رقم (١٤): المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات المستخدمة في الوحدة لكل المجالات

المراوحات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
ر ← ل	٠,١٣	٠,٣٣
ر ← ح	٠,٠٠	٠,٠٠
ر ← ن	٠,٠٣	٠,١٧
ر ← ص	٠,٠٤	٠,٢١
ل ← ر	٠,٣٣	٠,٤٧
ل ← ح	٠,٠٦	٠,٢٤
ل ← ن	٠,٠٣	٠,١٧
ل ← ص	٠,٠٩	٠,٢٨
ح ← ر	٠,٠٣	٠,١٧
ح ← ل	٠,٠٦	٠,٢٤
ح ← ن	٠,٠٣	٠,١٧
ح ← ص	٠,٠٢	٠,١٥
ن ← ر	٠,٠٢	٠,١٥
ن ← ل	٠,٠٢	٠,١٥
ن ← ح	٠,٠٢	٠,١٥
ن ← ص	٠,٠٣	٠,١٧
ص ← ر	٠,١٩	٠,٤٠
ص ← ل	٠,١٤	٠,٣٥
ص ← ح	٠,٠٢	٠,١٥
ص ← ن	٠,٠٥	٠,٢٢

يظهر من الجدول رقم (١٤)، أن أعلى متوسط حسابي لعلامات المراوحات المتوفرة في الوحدة، كان للمراوحة من التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالرموز المكتوبة، ويساوي ٠,٣٣، وبانحراف معياري ٠,٤٧، وأنه مُثِّل بشكل منخفض، وأن المتوسط الحسابي لعلامات المراوحة من التمثيل بالرموز المكتوبة إلى التمثيل بالمواقف الحياتية كان صفراً، وهذا يعني أن هذه المراوحة لم تُستخدم على الإطلاق في الوحدة، وأن المتوسط الحسابي لعلامات باقي

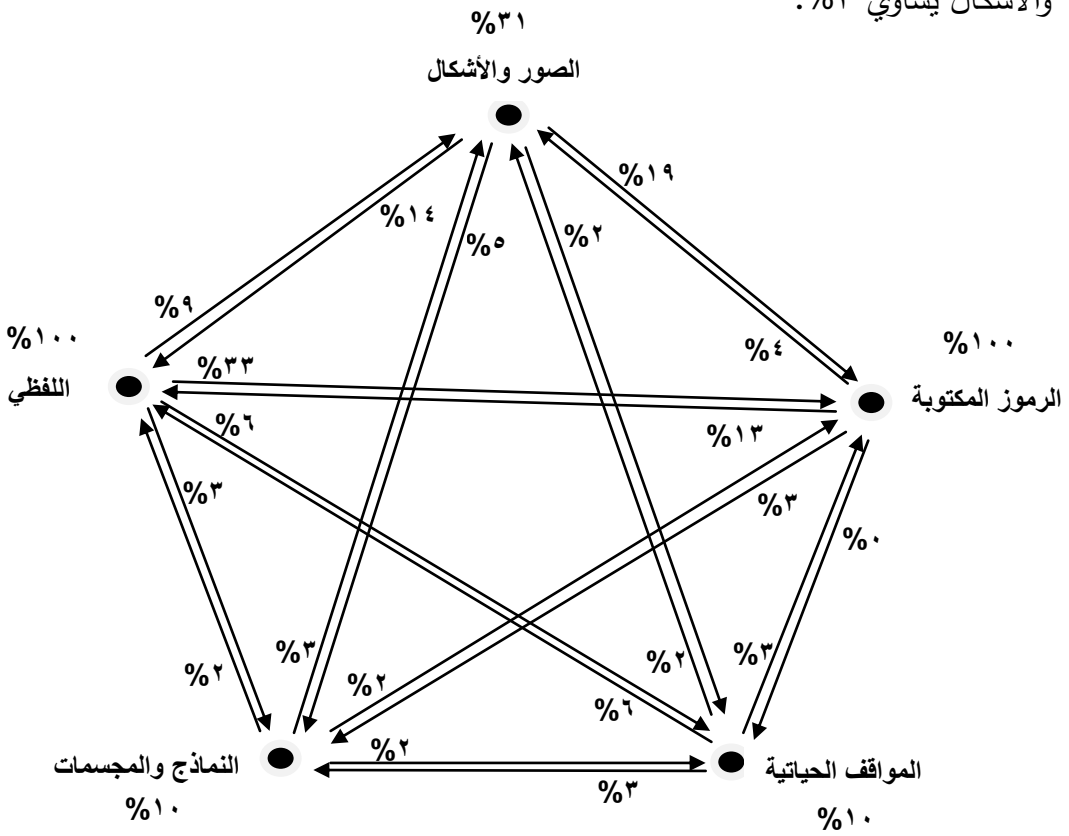
المراوحات، تراوح بين ٠,٠٢ و ٠,١٩ وبانحراف معياري ٠,١٥ و ٠,٤٠، وهذا يظهر أنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً في الوحدة طبقا لنموذج لش (Lesh).

٤: ١: ٤ ملخص نتائج المراوحات المتوفرة في الوحدة:

يظهر من البيانات المتعلقة بالمراوحات بين مختلف التمثيلات، أن المراوحة من التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالرموز المكتوبة، كان لها أكبر متوسط حسابي في جميع المجالات في الوحدة، حيث تراوح بين ٠,١ و ٠,٤٣، وبمعدل ٠,٣٣، وهذا يظهر أنها مُثِّلت بشكل منخفض في الوحدة طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، وكانت تليها المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل بالرموز المكتوبة، حيث تراوح المتوسط الحسابي لها بين ٠,٠٨ و ٠,٢٧، وبمعدل ٠,١٩ في جميع المجالات في الوحدة، وهذا يظهر أنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً في الوحدة طبقا لنفس النموذج، ثم المراوحة من الصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي، حيث تراوح المتوسط الحسابي لها بين صفر و ٠,٢٠، وبمعدل ٠,١٤، في جميع المجالات في الوحدة، وهذا يظهر أنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً في الوحدة، وكانت تليها المراوحة من التمثيل بالرموز إلى التمثيل اللفظي، حيث تراوح المتوسط الحسابي لعلاماتها بين صفر و ١,٠٠، وبمعدل ٠,١٣ في الوحدة، وهذا يظهر أنها مُثِّلت بشكل ضعيف جداً في الوحدة، وتراوح المتوسط الحسابي لباقي المراوحات بين صفر و ٠,٢٣، وتراوح معدلها بين صفر و٠,٠٩ لجميع المجالات، وهذا يظهر أنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً في الوحدة طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه.

وهذه النتائج تُظهِر أن المراوحات بين مختلف التمثيلات، لم تتجاوز مستوى المنخفض في مختلف المجالات طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه.

ويظهر الشكل رقم (٣)، النسبة المئوية لاستخدام وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع للتمثيلات المختلفة، والنسبة المئوية لكل مراوحة بينها، حيث وضعت النسبة المئوية للتمثيل، ووضعت النسبة المئوية للمراوحة عند بداية السهم الذي يُظهر المراوحة، فنلاحظ مثلا أن النسبة المئوية للمراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل بالنماذج والمجسمات تساوي ٥%، بينما المراوحة من التمثيل بالنماذج والمجسمات إلى التمثيل بالصور والأشكال يساوي ٣%.



الشكل رقم (٣) النسبة المئوية لاستخدام الوحدة للتمثيلات المختلفة والنسبة المئوية لكل مراوحة بينها.

٤: ٢ للإجابة على السؤال الثاني: ما مدى استخدام مدرسي الرياضيات للصف السابع المشاركين في الدراسة لكل نوع من هذه التمثيلات وللمراوحات بينها، في تدريسهم لوحدة الجبر، وما مدى كفاية هذه التمثيلات والمراوحات بينها بالمقارنة مع الكتاب المدرسي ومع نموذج لش (Lesh) للتمثيلات؟

وضع الباحث علامة واحدة، لكل تمثيل أو مراوحة يستخدمها المعلم من أفراد العينة، ثم قام بحساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لعلامات كل تمثيل وكل مراوحة، كان يستخدمها كل معلم من أفراد العينة، ثم قام بحساب معدل استخدام كل أفراد العينة، لذلك قام بتقسيم البيانات إلى أربعة أقسام هي: النتائج المتعلقة بالمعلم نادر. ثم النتائج المتعلقة بالمعلم سالم. ثم النتائج المتعلقة بالمعلمة أمل. وأخيراً النتائج المتعلقة بكل المعلمين من أفراد العينة. وقام الباحث بإيجاد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل معلم لكل المجالات وذلك لان بعض أفراد العينة لم يحل تدريبات أو تمارين في الحصص التي شاهدها الباحث، لهذا تعامل الباحث مع كل المجالات (مفاهيم جبرية، وأمثلة، وتدريبات صفية، وتمارين ومسائل) كوحدة واحدة، ولكن تم تقسيم البيانات لكل معلم إلى قسمين:

١) **المتعلقة بالتمثيلات الرياضية التي استخدمها المعلم في الحصص التي حضرها الباحث.**

٢) **المتعلقة بالمراوحات بين تلك التمثيلات التي استخدمها المعلم في الحصص التي حضرها الباحث.** ثم قارن الباحث تلك النتائج مع الوضع المثالي عند لش (Lesh) وزملائه، وكذلك مع النتائج في تحليل وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي.

٤: ٢: ١ النتائج المتعلقة بالمعلم نادر

١)التمثيلات التي استخدمها المعلم نادر: هي التمثيلات التي رصدها الباحث، وقام بتسجيلها في كل حصة من الحصص الصفية التي شاهدها للمعلم نادر من أفراد العينة، ويبين الجدول رقم (١٥) التالي المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات التي رصدها الباحث في حصص المعلم نادر في شرحه لوحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي.

الجدول رقم (١٥)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات التي استخدمها المعلم نادر في شرحه لوحدة الجبر

نوع التمثيل	الرموز المكتوبة (ر)	اللفظي (ل)	المواقف الحياتية (ح)	النماذج والمجسمات (ن)	الصور والأشكال (ص)
المتوسط الحسابي	١,٠٠	١,٠٠	٠,١٥	٠,٠٣	٠,٢٣
الانحراف المعياري	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٣٦	٠,١٦	٠,٤٢

نلاحظ من الجدول رقم (١٥)، أن المتوسط الحسابي لعلامات كل من التمثيل بالرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي، التي استخدمها المعلم نادر في شرحه لوحدة الجبر في الحصص التي حضرها الباحث يساوي ١,٠٠، وبانحراف معياري يساوي صفر، وأنهما مُثِّلا بشكل مرتفع جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، وهذا يظهر أن المعلم نادر استخدم التمثيل اللفظي، وكذلك التمثيل بالرموز المكتوبة، لكل الأنشطة في الدروس التي شاهدها الباحث، وفي هذه

النتيجة توافق مع نتائج التمثيلات المتوفرة في الكتاب المدرسي، بينما كان المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالمواقف الحياتية ٠,١٥، وبانحراف معياري ٠,٣٦، وهذا يُظهر انه مُثِّل بشكل منخفض جداً، ولكن معدل استخدام المعلم للتمثيل بالمواقف الحياتية، أكبر من معدل استخدام وحدة الجبر له، حيث كان معدل استخدام وحدة الجبر يساوي ٠,١٠، أما المتوسط الحسابي لعلامات التمثيل بالنماذج والمجسمات الذي استخدمه المعلم نادر فكان ٠,٠٣، وبانحراف معياري ٠,١٦، وأنه مُثِّل بشكل منخفض جداً طبقا لنفس النموذج، ولكن معدل استخدام المعلم للتمثيل بالنماذج والمجسمات في شرحه للوحدة كان أقل من معدل استخدام الوحدة لهذا التمثيل والذي كان ٠,٠٧، وكان معدل استخدام المعلم نادر للتمثيل بالصور والأشكال في الحصص التي شاهدها الباحث ٠,٢٣، وبانحراف معياري ٠,٤٢، وهذا يظهر أنها مُثِّلت بشكل منخفض طبقا لنفس النموذج، ولكن معدل استخدام المعلم نادر لهذا التمثيل أقل من معدل استخدام الوحدة له، والتي كان ٠,٣١.

٢) **المراوحات بين التمثيلات التي استخدمها المعلم نادر** وهي المراوحات بين التمثيلات التي استخدمها المعلم نادر في شرحه لوحدة الجبر في الحصص التي شاهدها الباحث، ويبين الجدول رقم (١٦) المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات التي استخدمها المعلم نادر في شرحه لوحدة الجبر، في الحصص التي حضرها الباحث.

الجدول رقم (١٦)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات التي استخدمها المعلم نادر في شرحه لوحدة الجبر

المراوحات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
ر ← ل	٠,٢٨	٠,٤٥
ر ← ح	٠,١١	٠,٣١
ر ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ر ← ص	٠,٠٩	٠,٢٩
ل ← ر	٠,٣١	٠,٤٧
ل ← ح	٠,٠١	١٢.
ل ← ن	٠,٠٣	٠,١٦
ل ← ص	٠,١٤	٠,٣٤
ح ← ر	٠,١٢	٠,٣٣
ح ← ل	٠,٠١	٠,١٢
ح ← ن	٠,٠٣	٠,١٦
ح ← ص	٠,٠٨	٠,٢٧
ن ← ر	٠,٠٣	٠,١٦
ن ← ل	٠,٠٣	٠,١٦
ن ← ح	٠,٠٣	٠,١٦
ن ← ص	٠,٠٣	٠,١٦
ص ← ر	٠,١٩	٠,٣٩
ص ← ل	٠,١٦	٠,٣٧
ص ← ح	٠,٠٨	٠,٢٧
ص ← ن	٠,٠٣	٠,١٦

ويظهر من الجدول رقم (١٦)، أن المتوسط الحسابي لعلامات المراوحة من التمثيل بالرموز المكتوبة إلى التمثيل بالنماذج والمجسمات التي استخدمها المعلم نادر كان صفراً، وبانحراف معياري صفر وهذا يُظهر أن المعلم نادر لم يستخدم هذه المراوحة في الحصص التي شاهدها الباحث، بينما كان معدل استخدام الوحدة لهذه المراوحة ٠,٠٣، وهذا يعني أن استخدام المعلم نادر لهذه المراوحة أقل من استخدام الوحدة لها، وكان معدل استخدام المعلم

نادر للمراوحة من التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالرموز المكتوبة ٠,٣١، وبانحراف معياري ٠,٤٧، وهذا يُظهر أن استخدام المعلم نادر لهذه المراوحة كان منخفضاً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، وتُظهر هذه النتيجة أن معدل استخدام المعلم لهذه المراوحة أقل من معدل استخدام الوحدة لها، والتي كانت ٠,٣٣، ونلاحظ أن المتوسط الحسابي لباقي المراوحات، تراوح بين ٠,٠١ و ٠,٢٨، وأنها مثلت بشكل منخفض ومنخفض جداً، وأن معدل استخدام المعلم لكل من المراوحات بين التمثيلات التالية: (من الرموز المكتوبة إلى التمثيل اللفظي، الرموز المكتوبة إلى المواقف الحياتية، الرموز المكتوبة إلى الصور والأشكال، التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال، المواقف الحياتية إلى الرموز المكتوبة، المواقف الحياتية إلى الصور والأشكال، النماذج والمجسمات إلى الرموز المكتوبة، النماذج إلى التمثيل اللفظي، الصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي، الصور والأشكال إلى المواقف الحياتية)، كان أكبر من معدل استخدام الباحث لها، بينما معدل استخدام المعلم مساوياً لمعدل استخدام الوحدة، لكل من المراوحات بين التمثيلات التالية: (التمثيل اللفظي إلى النماذج والمجسمات، المواقف الحياتية إلى النماذج والمجسمات، النماذج والمجسمات إلى الصور والأشكال، والصور والأشكال إلى الرموز المكتوبة)، أما باقي المراوحات فقد كان معدل استخدام الوحدة لها اكبر من معدل استخدام المعلم نادر لها.

٤: ٢: ٢ النتائج المتعلقة بالمعلم سالم

١)**التمثيلات التي استخدمها المعلم سالم** هي التمثيلات التي رصدها الباحث، وقام بتسجيلها في كل حصة من الحصص الصفية التي شاهدها للمعلم سالم من أفراد العينة، ويبين الجدول

رقم (١٧) التالي، المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية، لعلامات التمثيلات التي استخدمها المعلم سالم في شرحه لوحدة الجبر في الحصص التي شاهدها الباحث.

الجدول رقم (١٧)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات التي استخدمها المعلم سالم في شرحه لوحدة الجبر

نوع التمثيل	الرموز المكتوبة (ر)	اللفظي (ل)	المواقف الحياتية (ح)	النماذج والمجسمات (ن)	الصور والأشكال (ص)
المتوسط الحسابي	١,٠٠	١,٠٠	٠,٠٢	٠,٠٢	٠,٠٧
الانحراف المعياري	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,١٤	٠,١٤	٠,٢٥

نلاحظ من الجدول رقم (١٧)، أن المتوسط الحسابي لكل من التمثيل بالرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي، يساوي ١,٠٠، وانحراف معياري يساوي صفر، وأنهما مُثِّلا بشكل مرتفع جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، بينما تراوح الوسط الحسابي لباقي التمثيلات (المواقف الحياتية، والنماذج المجسمات، والصور والأشكال)، بين ٠,٠٢ و ٠,٠٧، وانحراف معياري تراوح بين ٠,١٤ و ٠,٢٥، وهذا يظهر أنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً طبقا لنفس النموذج.

٢) المراوحات بين التمثيلات التي استخدمها المعلم سالم: وهي المراوحات بين التمثيلات التي استخدمها المعلم سالم في شرحه لوحدة الجبر، في الحصص التي شاهدها الباحث، ويبين الجدول رقم (١٨) التالي، المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات التي استخدمها المعلم سالم في شرحه لوحدة الجبر في الحصص التي شاهدها الباحث.

الجدول رقم (١٨)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات التي استخدمها المعلم سالم في شرحه لوحدة الجبر

المراوحات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
ر ← ل	٠,٠٧	٠,٢٦
ر ← ح	٠,٠٠	٠,٠٠
ر ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ر ← ص	٠,٠٤	٠,١٩
ل ← ر	٠,٠٥	٠,٢٣
ل ← ح	٠,٠٢	٠,١٣
ل ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ل ← ص	٠,٠٠	٠,٠٠
ح ← ر	٠,٠٠	٠,٠٠
ح ← ل	٠,٠٢	٠,١٣
ح ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ح ← ص	٠,٠٠	٠,٠٠
ن ← ر	٠,٠٠	٠,٠٠
ن ← ل	٠,٠٠	٠,٠٠
ن ← ح	٠,٠٠	٠,٠٠
ن ← ص	٠,٠٠	٠,٠٠
ص ← ر	٠,٠٧	٠,٢٦
ص ← ل	٠,٠٤	٠,١٩
ص ← ح	٠,٠٠	٠,٠٠
ص ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠

يظهر من الجدول رقم (١٨)، أن المعلم سالم استخدم سبع مراوحات من بين المراوحات كلها، وهذه المراوحات هي (من التمثيل بالرموز إلى التمثيل اللفظي، ومن التمثيل بالرموز إلى التمثيل بالصور والأشكال، ومن التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالرموز، ومن التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالمواقف الحياتية، ومن التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل اللفظي، ومن التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل بالرموز، ومن التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي)

وأن المتوسط الحسابي لعلامات هذه المراوحات، تراوح بين ٠,٠٢ و ٠,٠٧، وبانحراف معياري تراوح بين ٠,١٣ و ٠,٢٦، وهذا يُظهر أن استخدام المعلم سالم للمراوحات كان ضعيفا جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، بينما باقي المراوحات لم يستخدمها المعلم سالم في الحصص التي شاهدها الباحث على الإطلاق.

٤: ٢: ٣ النتائج المتعلقة بالمعلمة أمل

١)**التمثيلات التي استخدمتها المعلمة أمل** هي التمثيلات التي رصدها الباحث، وقام بتسجيلها في كل حصة من الحصص الصفية التي شاهدها للمعلمة أمل، ويبين الجدول رقم (١٩) التالي المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية للتمثيلات التي استخدمتها المعلمة أمل، في شرحها لوحدة الجبر.

الجدول رقم (١٩)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات التي استخدمتها المعلمة أمل في شرحها لوحدة الجبر

نوع التمثيل	الرموز المكتوبة (ر)	اللفظي (ل)	المواقف الحياتية (ح)	النماذج والمجسمات (ن)	الصور والأشكال (ص)
المتوسط الحسابي	١,٠٠	١,٠٠	٠,١٦	٠,١١	٠,٠٩
الانحراف المعياري	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٣٧	٠,٣١	٠,٢٩

نلاحظ من الجدول رقم (١٩)، أن المتوسط الحسابي لكل من التمثيل بالرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي يساوي ١,٠٠، وبانحراف معياري يساوي صفر، وأنهما مُثِّلا بشكل مرتفع جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، بينما تراوح المتوسط الحسابي لباقي التمثيلات (المواقف

الحياتية، والنماذج والمجسمات، والصور والأشكال) بين ٠,٠٩ و ٠,١٦، وبانحراف معياري تراوح بين ٠,٢٩ و ٠,٣٧، وهذا يظهر أنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً طبقا لنفس النموذج.

٢) المراوحات بين التمثيلات التي استخدمتها المعلمة أمل: وهي المراوحات بين التمثيلات التي استخدمتها المعلمة أمل في شرحها لوحدة الجبر في الحصص التي شاهدها الباحث، ويبين الجدول رقم (٢٠) التالي، المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات التي استخدمتها المعلمة أمل في شرحها لوحدة الجبر.

الجدول رقم (٢٠)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات التي استخدمتها المعلم أمل في شرحها لوحدة الجبر

المراوحات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
ر ← ل	٠,٢٤	٠,٤٣
ر ← ح	٠,١١	٠,٣١
ر ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ر ← ص	٠,١٣	٠,٣٣
ل ← ر	٠,٢٣	٠,٤٣
ل ← ح	٠,٠٠	٠,٠٠
ل ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ل ← ص	٠,١٣	٠,٣٣
ح ← ر	٠,١١	٠,٣١
ح ← ل	٠,٠٠	٠,٠٠
ح ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ح ← ص	٠,٠٥	٠,٢١
ن ← ر	٠,٠٢	٠,١٢
ن← ل	٠,٠٠	٠,٠٠
ن← ح	٠,٠٠	٠,٠٠
ن ← ص	٠,٠٠	٠,٠٠
ص ← ر	٠,١٩	٠,٣٩
ص ← ل	٠,١٦	٠,٣٧
ص ← ح	٠,٠٦	٠,٢٤
ص← ن	٠,١٦	٠,٣٧

يظهر من الجدول رقم (٢٠)، أن المتوسط الحسابي للمراوحات بين التمثيلات التي استخدمتها المعلمة أمل في شرحها لوحدة الجبر، في الحصص التي شاهدها الباحث، تراوح بين صفر و ٠,٢٤، وبانحراف معياري تراوح بين صفر و٠,٤٣، وهذا يظهر أن استخدام المعلمة أمل للمراوحات كان منخفضاً ومنخفضاً جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه.

٤: ٢: ٤ النتائج المتعلقة بمعدل النتائج لكل المعلمين من أفراد العينة:

يبين الجدول رقم (٢١) التالي، المتوسط الحسابي والانحراف المعياري، للتمثيلات التي استخدمها كل المعلمين من أفراد العينة في شرحهم لوحدة الجبر.

الجدول رقم (٢١)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات التمثيلات التي استخدمها كل المعلمين من أفراد العينة

نوع التمثيل	الرموز المكتوبة (ر)	اللفظي (ل)	المواقف الحياتية (ح)	النماذج والمجسمات (ن)	الصور والأشكال (ص)
المتوسط الحسابي	١,٠٠	١,٠٠	٠,١١	٠,٠٥	٠,١٤
الانحراف المعياري	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٣٢	٠,٢٢	٠,٣٤

نلاحظ من الجدول رقم (٢١)، أن المتوسط الحسابي لكل من التمثيل بالرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي يساوي ١,٠٠، وبانحراف معياري يساوي صفر، وأنهما مُثِّلا بشكل مرتفع جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، بينما تراوح الوسط الحسابي لباقي التمثيلات (المواقف الحياتية، والنماذج والمجسمات، والصور والأشكال) بين ٠,٠٥ و ٠,١٤، وبانحراف معياري

تراوح بين ٠,٢٢ و ٠,٣٤، وهذا يظهر أنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه.

٢) المراوحات بين التمثيلات التي استخدمها كل المعلمين: حيث يبين الجدول رقم (٢٢) التالي المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية للمراوحات بين التمثيلات التي استخدمها المعلمون في شرحهم لوحدة الجبر.

الجدول رقم (٢٢)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المراوحات بين التمثيلات التي استخدمها المعلمون في شرحهم لوحدة الجبر

المراوحات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
ر ← ل	٠,٢١	٠,٤١
ر ← ح	٠,٠٨	٠,٢٧
ر ← ن	٠,٠٠	٠,٠٠
ر ← ص	٠,٠٩	٠,٢٨
ل ←ر	٠,٢١	٠,٤١
ل ←ح	٠,٠١	٠,١٠
ل ←ن	٠,٠١	٠,١٠
ل ← ص	٠,٠٩	٠,٢٨
ح ← ر	٠,٠٨	٠,٢٧
ح ← ل	٠,٠١	٠,١٠
ح ←ن	٠,٠١	٠,١٠
ح ← ص	٠,٠٥	٠,٢١
ن ←ر	٠,٠٢	٠,١٢
ن ← ل	٠,٠١	٠,١٠
ن ← ح	٠,٠١	٠,١٠
ن ← ص	٠,٠١	٠,١٠
ص ← ر	٠,١٥	٠,٣٦
ص ← ل	٠,١٢	٠,٣٣
ص ← ح	٠,٠٥	٠,٢١
ص ← ن	٠,٠٢	٠,١٢

يظهر من الجدول رقم (٢٢)، أن المتوسط الحسابي للمراوحات بين التمثيلات، التي استخدمها كل المعلمين، تراوح بين صفر و٠,٢١، وبانحراف معياري تراوح بين صفر و٠,٤١، وهذا يظهر أن استخدام المعلمين للمراوحات بين التمثيلات كان منخفضاً ومنخفضاً جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه.

٤: ٢: ٥ ملخص نتائج استخدام المعلمين للتمثيلات الرياضية المتعددة:

يظهر من النتائج، أن المتوسط الحسابي لاستخدام التمثيل بالرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي لكل المعلمين من أفراد العينة، يساوي ١,٠٠، وهذا يظهر توافقا مع النتائج في تحليل الكتاب المدرسي، وبنفس الوقت، يكون المعلمون قد استخدموا التمثيلين بشكل مرتفع جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه. أما تمثيل المواقف الحياتية فقد تراوح المتوسط الحسابي لاستخدامه عند أفراد العينة بين ٠,٠٢ و ٠,١٦، وبمعدل ٠,١١، وهذا يظهر أن معدل استخدام المعلمين من أفراد العينة للمواقف الحياتية، كان أفضل قليلاً من استخدام الكتاب له، حيث تراوح استخدام الكتاب له بين ٠,٠٤ و ٠,٢٢، وبمعدل ٠,١٠، وأنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه. أما المتوسط الحسابي لاستخدام المعلمين من أفراد العينة للتمثيل بالنماذج والمجسمات، فقد تراوح بين ٠,٠٢ و ٠,١١، وبمعدل ٠,٠٥، وهذا يظهر أن معدل استخدام المعلمين من أفراد العينة للنماذج والمجسمات، كان أقل بشكل قليل من استخدام الكتاب له، حيث تراوح استخدام الكتاب له بين ٠,٠٠ و ٠,٢٠، وبمعدل ٠,٠٧،، وأنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، أما المتوسط الحسابي لاستخدام المعلمين من أفراد العينة للتمثيل بالصور والأشكال، فقد تراوح بين ٠,٠٧

و ٠,٢٣، وبمعدل ٠,١٤، وهذا يظهر أن معدل استخدام المعلمين من أفراد العينة للصور والأشكال، كان أقل من استخدام الكتاب له حيث تراوح استخدام الكتاب له، بين ٠,٢٠ و ٠,٣٥، وبمعدل ٠,٣١،، وأنها مُثِّلت بشكل منخفض طبقا لنفس النموذج.

٤: ٢: ٦ ملخص نتائج استخدام المعلمين للمراوحات بين التمثيلات المتعددة:

تظهر النتائج أن أفضل معدل لاستخدام المعلمين من أفراد العينة للمراوحات، كان في كل من المراوحة بين الرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي، حيث تراوح استخدام المعلمين لهذه المراوحة، بين ٠,٠٧ و ٠,٢٨ وبمعدل ٠,٢١، وأن استخدام المعلمين لها، كان أفضل من استخدام الكتاب، حيث كان معدل استخدام الكتاب لهذه المراوحة ٠,١٣، وأن هذه المراوحة مُثِّلت بشكل منخفض، طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، وبنفس الدرجة، كانت المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الرموز المكتوبة، حيث تراوح استخدام المعلمين لهذه المراوحة، بين ٠,٠٥ و ٠,٣١، وبمعدل ٠,٢١، وأن استخدام المعلمين لها، كان أقل من استخدام الكتاب، حيث كان معدل استخدام الكتاب لهذه المراوحة ٠,٣٣، وأن هذه المراوحة مُثِّلت بشكل منخفض طبقا لنفس النموذج، أما استخدام المعلمين من أفراد العينة للمراوحة بين التمثيل بالرموز المكتوبة والمواقف الحياتية فتراوح بين صفر و ٠,١١، وبمعدل ٠,٠٨، وهذا يظهر أن استخدام المعلمين لها، كان أفضل من استخدام الكتاب، حيث كان معدل استخدام الكتاب لها صفر، وأنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه. في حين كان استخدام المعلمين لكل من المراوحات بين التمثيلات (من الرموز المكتوبة إلى النماذج والمجسمات، ومن التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالمواقف الحياتية، ومن التمثيل اللفظي إلى

التمثيل بالنماذج والمجسمات، ومن التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل اللفظي، ومن التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل بالنماذج والمجسمات، ومن التمثيل بالنماذج والمجسمات إلى التمثيل اللفظي، ومن التمثيل بالنماذج والمجسمات إلى التمثيل بالمواقف الحياتية، ومن التمثيل بالنماذج والمجسمات إلى التمثيل بالصور والأشكال، ومن التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل بالرموز المكتوبة، ومن التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي، ومن التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل بالنماذج والمجسمات)، أقل من استخدام الكتاب لها، وأن استخدام المعلمين لها بشكل منخفض جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه. بينما المراوحات بين التمثيلات (من الرموز المكتوبة إلى الصور والأشكال، ومن المواقف الحياتية إلى الرموز المكتوبة، ومن المواقف الحياتية إلى الصور والأشكال، ومن الصور والأشكال إلى المواقف الحياتية)، فكان استخدام المعلمين لها، أفضل من استخدام الكتاب لها، وأنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً طبقا لنفس النموذج. أما المراوحات من التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالصور والأشكال، ومن التمثيل بالنماذج والمجسمات إلى التمثيل بالرموز المكتوبة، فكان معدل استخدام المعلمين لها، نفس معدل استخدام الكتاب لها، وأنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه.

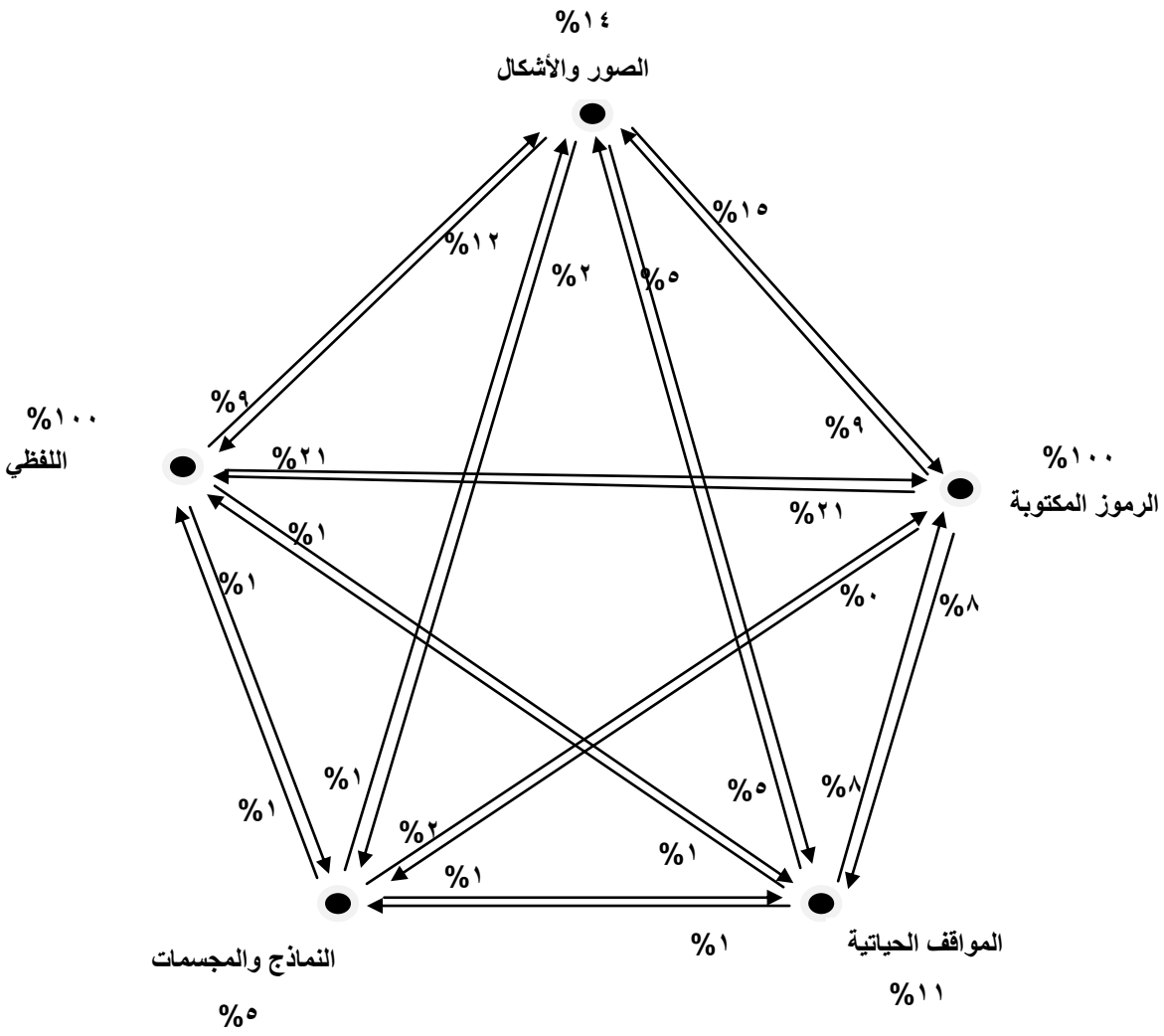
٤: ٣ ملخص نتائج الدراسة:

أظهرت نتائج الدراسة، أن استخدام الكتاب والمعلمين لكل من التمثيل بالرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي كان مرتفعاً جداً، طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، بينما كان استخدام الكتاب والمعلمين للمواقف الحياتية منخفضاً جداً طبقا لنفس النموذج، وأن استخدام المعلمين

له كان أفضل من استخدام الكتاب له، بينما كان استخدام الكتاب والمعلمين للتمثيل بالنماذج والمجسمات منخفضاً جداً، وأن استخدام الكتاب له كان أفضل من استخدام المعلمين له، أما استخدام الكتاب للصور والأشكال فكان منخفضاً، واستخدام المعلمين للصور والأشكال كان منخفضاً جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، وأن استخدام الكتاب له كان أفضل من استخدام المعلمين له.

وأظهرت نتائج المراوحات أن استخدام الكتاب والمعلمين للمراوحات تراوح بين منخفض جداً ومنخفض طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه.

ويظهر الشكل رقم (٤) النسب المئوية لمعدل استخدام المعلمين من أفراد العينة للتمثيلات والمراوحات بينها في شرحهم لوحدة الجبر.



الشكل رقم (٤): النسب المئوية لمعدل استخدام المعلمين من أفراد العينة للتمثيلات والمروحات بينها في شرحهم لوحدة الجبر.

الفصل الخامس

مناقشة النتائج والتوصيات

في هذا الفصل تمت مناقشة النتائج التي توصلت إليها الدراسة في الفصل الرابع، ووضع التوصيات المناسبة بناءً على نتائج الدراسة.

هدفت هذه الدراسة للكشف عن التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها، المستخدمة في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي، ومقارنتها مع الوضع المثالي لنموذج لش (Lesh) وزملائه، والكشف أيضاً عن التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها، التي يستخدمها أفراد العينة من المعلمين، في الصف الدراسي في شرحهم لوحدة الجبر المستهدفة، ومقارنتها مع تلك المستخدمة في الكتاب المدرسي، ومع الوضع المثالي عند لش (Lesh) وزملائه.

ولإجراء الدراسة قام الباحث بتصميم جدول لتفريغ التمثيلات والمراوحات بينها، وقام بتحليل وحدة الجبر وتفريغ التمثيلات والمراوحات بينها، المستخدمة في وحدة الجبر، ومشاهدة خمس حصص بشكل عشوائي لكل فرد من أفراد العينة، وتفريغ التمثيلات والمراوحات بينها التي استخدمها كل فرد من أفراد العينة، وحُسبت المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية والنسب المئوية لعلامات التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها المستخدمة في وحدة الجبر، وتلك التي استخدمها المعلمون من أفراد العينة، من أجل الإجابة عن سؤالي الدراسة: ما أنواع التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها المتوفرة في وحدة الجبر من الكتاب المدرسي؟ وما مدى استخدام مدرسي الرياضيات للصف السابع – المشاركين في الدراسة – لكل نوع من هذه

التمثيلات وللمراوحات بينها في تدريسهم لوحدة الجبر؟ وما مدى كفاية هذه التمثيلات والمراوحات بينها بالمقارنة مع نموذج لش (Lesh) للتمثيلات؟

مناقشة النتائج:

٥: ١ مناقشة نتائج السؤال الأول

السؤال الأول: ما أنواع التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها المتوفرة في وحدة الجبر من الكتاب المدرسي، وما مدى كفاية هذه التمثيلات والمراوحات بينها بالمقارنة مع نموذج لش (Lesh) للتمثيلات؟

أجيب على هذا السؤال من خلال تحليل وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي، لتحديد التمثيلات والمراوحات بينها، المستخدمة في الوحدة، وأظهرت النتائج أن معدل استخدام الوحدة للتمثيلات التقليدية (الرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي) كان مرتفعا جداً طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، بينما تراوح معدل استخدام الوحدة لباقي التمثيلات بين منخفضاً ومنخفضاً جداً طبقا لنفس النموذج.

وتُظهر النتائج أن هناك قصوراً باستخدام الوحدة لكل من التمثيل بالمواقف الحياتية، والتمثيل بالنماذج والمجسمات، والتمثيل بالصور والأشكال، وتُظهر النتائج أيضاً وجود فجوة بين استخدام كل من التمثيل بالمواقف الحياتية، والتمثيل بالنماذج والمجسمات، والتمثيل بالصور والأشكال مع الوضع المثالي للتمثيلات الرياضية عند لش (Lesh) وزملائه، وأن تركيز الوحدة كان على التمثيلات التقليدية المستخدمة دائماً، وهي التمثيل اللفظي والتمثيل بالرموز المكتوبة.

وأظهرت النتائج أن المراوحة من التمثيل بالرموز المكتوبة إلى التمثيل بالمواقف الحياتية كان معدوماً في وحدة الجبر، وأن معدل استخدام الوحدة للمراوحة من التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالرموز المكتوبة كان منخفضاً، بينما أظهرت النتائج أن معدل استخدام الوحدة لكل المراوحات المتبقية كان منخفضاً جداً، طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، وهذا يظهر أنه على الرغم من أن معدل استخدام الوحدة للتمثيل بالرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي كان مرتفعاً جداً، إلا أن معدل استخدام المراوحات كان منخفضاً ومنخفضاً جداً، أو حتى معدوماً في بعض المراوحات، وهذا يُظهر أن التمثيلات الرياضية المتعددة تم تعلمها كنهايات بحد ذاتها، وهذا النهج يحد من قوة وتأثير التمثيلات كأدوات لتعلم الرياضيات ويكون غير مفيد بالشكل المطلوب. وهذا يتفق مع ما لاحظاه جرينو وهول (Greeno & Hall, 1997) أن تعلم أنواع التمثيلات كنهايات بحد ذاتها وليس كطرق ذات معنى ومتصلة، لا يحقق الهدف المنشود من استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة تعليم الرياضيات.

ويرى جورسيفيغ وغاروفالو وفريزر (Juersivich, Garofalo & Fraser, 2006) أن استخدام التمثيلات كنهايات بحد ذاتها يُعد قصوراً ولن يُحسن فهم الطلبة، وأن فهم الطلبة للمفاهيم لن يتحسن بتزويد الطلبة بالتمثيلات المتعددة بحد ذاتها، ولكن يجب معرفة المعلومات التي تجلبها تلك التمثيلات جنباً إلى جنب مع كيفية التواصل بين تلك التمثيلات.

وتتفق النتائج حول ضعف التمثيل بالمواقف الحياتية، مع النتيجة في دراسة يان وليانغهو (Yan, & Lianghuo, 2004)، في أن معظم المسائل في الكتب المفحوصة لم تُمَثل بمواقف حياتية في كل من الولايات المتحدة والصين. ونلاحظ أن هذه النتيجة لم تأخذ بعين

الاعتبار رأي الباحثين في أن زيادة المسائل التي لها تطبيقات في مواقف حياتية يُحسّن تنوع المسائل ويساعد في إيجاد بيئات تعلم أفضل للمستويات العليا للفهم (Chee Mok, 2010)

ومن خلال إطلاع الباحث، لم يجد أي دراسة تعطي كماً مناسباً للتمثيلات الرياضية المستخدمة والمراوحات بينها، ولم يجد أيضاً أي دراسة تحليلية للمناهج، تُظهر أن تلك المناهج تَستخدم الوضع المثالي الذي يقترحه لش (Lesh) وزملائه للتمثيلات الرياضية والمراوحات بينها، لهذا يقترح إجراء دراسة حول كتب الرياضيات في دول تحصيلها الرياضي مرتفع في الاختبارات الدولية، مثل سنغافورة أو غيرها، لمعرفة مدى استخدامها للتمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها، للاقتراب بشكل مناسب من الوضع المثالي.

وتتفق نتائج السؤال الأول أيضاً مع ما لاحظه سالم (١٩٩٥)، في وجود قصور باستخدام التمثيلات في المناهج، وأن عرض المنهاج ما زال يخضع لسيطرة الطريقة التقليدية، ومن نتائج دراسته لاحظ أن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، له أثر ايجابي فعال على تعلم الطلبة، وأوصى واضعي المناهج الفلسطينية بأن يستخدموا التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها في مناهج الرياضيات. وأظهرت نتائج دراسة شاهين (٢٠١١) أن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في تدريس وحدة الجبر للصف السابع، كان له أثر ايجابي على تحصيل الطلبة، حيث قام بتصميم وحدة جبر للصف السابع الأساسي تستخدم التمثيلات الرياضية، وأوصى القائمين على المناهج الفلسطينية إدخال المزيد من التمثيلات الرياضية المتعددة في مناهج الرياضيات، وهذا يُظهر الحاجة لإدخال المزيد من التمثيلات الرياضية على وحدة الجبر للصف السابع الأساسي في فلسطين– بشكل خاص– واستخدام التمثيلات

الرياضية المتعددة، والمراوحات بينها، في مختلف كتب الرياضيات لكل الصفوف – بشكل عام–.

وأشار المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) إلى أهمية أن تتضمن وتركز مناهج الرياضيات على استخدام التمثيلات المتعددة، وهذا يظهر أن نتائج الدراسة الحالية لا تتفق بشكل كبير مع معيار التمثيلات الرياضية المتعددة الذي أظهره المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM) كمعيار مستقل لأهميته.

ومن خلال إطلاع الباحث على الخطوط العريضة لمنهاج الرياضيات الفلسطينية وأهدافه، وجد من بين الأهداف العامة لتدريس الرياضيات عرض المعلومات بتمثيلات مختلفة مثل الجداول والأشكال والصور والكتابة، أيضا تقدير أهمية الرياضيات في الحياة العملية واكتساب المعارف الرياضية التي تساعد الإنسان في حياته. ويظهر من نتائج تحليل الوحدة وجود قصوراً في التمثيلات الرياضية، والتي تسعى وزارة التربية والتعليم الفلسطينية الى توفيرها في مناهج الرياضيات الفلسطينية.

ولاحظ الباحث أن المفاهيم والأنشطة تُعرَض بشكل واسع ومتكرر بنفس التمثيل، وأن هناك اكتظاظاً في عدد الأنشطة، وأن هذا الكم من الأنشطة يُثقل كاهل المتعلمين والمعلمين، حيث وجد ٢٤٧ نشاطاً في ٣٥ صفحة، أي بمعدل ٧,١ نشاطاً في الصفحة الواحدة، وفي هذه النتيجة اتفاقاً مع ما لاحظه يان وليانغهو (Yan & Lianghuo, 2006) في الكتب المدرسية في أمريكا للمرحلة الثانوية الدنيا، حيث وجد الباحثان أن كتب الرياضيات في أمريكا فيها مسائل رياضية أكثر بكثير منها في الصين، وأن ذلك يثقل كاهل المتعلم، حيث وجدا أن

عدد المسائل في أمريكا ١٣٢٨٦ مسألة، وعددها في الصين ٦٨٥٠ مسألة (Yan & Lianghuo, 2006).

ويرى الباحث، بناء على نتائج دراسته، أن احدى المشاكل في عملية تعليم وتعلم الرياضيات، هي القصور في استخدام التمثيلات الرياضية، وخاصة المواقف الحياتية، في المناهج المدرسية، وهذا الرأي يتفق مع رأي ليانواند وغينسبورغ (Ginsburg, 2007 & Leinwand)، حيث لاحظ الباحثان أن كتب الرياضيات في سنغافورة تستخدم التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحة بينها بشكل أوسع من الولايات المتحدة الأمريكية، وهذا أحد أسباب نجاح مناهج الرياضيات في سنغافورة – من وجهة نظر الباحثان-.

ولاحظ الباحث أن النتائج في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع، فيها تكرار لانشطة كثيرة فيها نفس الفكرة، وهذا يتفق مع نتائج الدراسات عن المناهج في الولايات المتحدة الأمريكية (Leinwand & Ginsburg, 2007; Yan & Lianghuo, 2006).

ويرى الباحث أن بالامكان تقليل عدد الأنشطة التي تتعلق بنفس الفكرة والتركيز على عرض الفكرة أو المفهوم بأكثر من تمثيل وبشكل خاص التمثيل بالمواقف الحياتية، واستخدام المراوحات المناسبة بين تلك التمثيلات، وتشجيع الطلبة على تبرير فهمهم، لان ذلك يُساعد على تركيز الفهم، ويؤدي الى تعلم أفضل، وبالتالي الى مخرجات للعملية التعليمية التعلمية بشكل أفضل، لان استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، يُساعد على تقريب المفهوم أو الفكرة للطالب، واستخدام اليدويات والمواد المحسوسة والمواقف الحياتية والصور والأشكال في التعلم يجعل من المفهوم أقرب للتذكر والفهم، وباستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة

والمراوحات بينها، يتمكن المعلم من عرض المفهوم أو الفكرة الرياضية بطرق متعددة تناسب المستويات الاستدلالية المختلفة لدى الطلبة.

٥: ٢ مناقشة نتائج السؤال الثاني

ما مدى استخدام مدرسي الرياضيات للصف السابع المشاركين في الدراسة لكل نوع من هذه التمثيلات وللمراوحات بينها في تدريسهم لوحدة الجبر، وما مدى كفاية هذه التمثيلات والمراوحات بينها بالمقارنة مع الكتاب المدرسي ومع نموذج لش (Lesh) للتمثيلات؟

وكانت الإجابة أن معدل استخدام المعلمين من أفراد العينة لكل من التمثيل باستخدام الرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي كان بشكل مرتفع جداً طبقاً لنموذج لش (Lesh) وزملائه، وكان في استخدامها توافق بين ما استخدمه المعلمون في شرحهم للوحدة وما استخدمه الكتاب في الوحدة، وهذا يتفق مع ما لاحظه سالم (١٩٩٥)، أن المعلمين يلتزمون بما هو موجود في الكتاب المدرسي.

بينما معدل استخدام المعلمين من أفراد العينة للتمثيل باستخدام المواقف الحياتية، كان منخفضاً جداً طبقاً لنفس النموذج، ولكن معدل استخدام المعلمين له أكبر من معدل استخدام الكتاب له في الوحدة، وقد يكون سبب استخدام المعلمين للتمثيل بالمواقف الحياتية بشكل أوسع من الكتاب في أنهم يستخدمون المواقف الحياتية لتوضيح بعض المفاهيم، أو لتلافي وقوع الطلبة بالأخطاء الجبرية، مثل: خطأ أحد الطلبة عندما قال أن ٥س − س = ٥، فصحح المعلم الإجابة بقوله إذا كان مع أحمد خمس قطع من البسكويت، أكل قطعة منها، كم

قطعة من البسكويت يبقى مع أحمد؟ أجاب الطالب أربع قطع، قال المعلم: إذا رمزنا لقطعة البسكويت بالرمز س إذا (٥ س – س) يساوي ٤ س وليس ٥.

أما معدل استخدام المعلمين، من أفراد العينة، للتمثيل باستخدام النماذج والمجسمات فكان منخفضاً جداً طبقاً لنموذج لش (Lesh) وزملائه، ولكن معدل استخدام المعلمين له أقل من معدل استخدام الكتاب له في الوحدة، بينما كان معدل استخدام المعلمين من أفراد العينة للتمثيل باستخدام الصور والأشكال منخفضاً جداً طبقاً لنفس النموذج، ولكن معدل استخدام المعلمين له أقل من معدل استخدام الكتاب له في الوحدة.

وهذه النتائج تتفق مع نتائج الدراسة التي أجراها يو وقوِّن (You & Quinn, 2010)، من أن معلمي المدارس الأساسية والمتوسطة المتوقعين (Prospective Teachers)، لديهم مشاكل في استخدام المواقف الحياتية في التعليم، ويوجد ضعف في أدائهم في التمثيلات الجبرية، مثل التمثيل الصوري والمراوحة بين التمثيل الجبري والصوري، وأن المرونة في استخدام التمثيلات يظهر قوة أو ضعف معرفة المعلمين الرياضية، وأظهرت نتائج دراسة يو وقوِّن (You & Quinn) أن المرونة في التمثيل الصوري هي الأكثر أهمية في معرفة المعلمين.

أما النتائج المتعلقة بالمراوحات بين التمثيلات فقد أظهرت، أن معدل استخدام المعلمين للمراوحات تراوح بين ٠,٠٠ و ٠,٢١، وأنها مُثلت بشكل منخفض جداً ومنخفض طبقا لنموذج لش (Lesh) وزملائه، وأنها متوافقة – إلى حد كبير– مع استخدام وحدة الجبر المستهدفة للمراوحات بين التمثيلات الرياضية المختلفة، حيث تراوح معدل علامات المراوحات المتوفرة في وحدة الجبر بين ٠,٠٠ و ٠,٣٣، وأنها مُثِّلت بشكل منخفض جداً ومنخفض طبقا لنفس النموذج، على الرغم أن استخدام المعلمين لبعض المراوحات، كان بشكل أفضل

من استخدام الوحدة لها، والبعض الآخر من المراوحات كان استخدام الوحدة لها أفضل من استخدام المعلمين.

ومن خلال مقابلات الباحث مع أفراد العينة لاحظ النتائج التالية:

أظهر جميع أفراد العينة أن التمثيلات الرياضية مهمة في العملية التعليمية التعلمية، ولكن كل أفراد العينة أبدوا أن القصور في استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة نتج عن عدم توفر الوقت الكافي لإنهاء المنهاج المقرر، وهذا يعود إلى وجود عدد كبير من الأنشطة الرياضية (مفاهيم، أمثلة، تدريبات صفية، تمارين ومسائل) في وحدة الجبر للصف السابع، حيث بلغ عددها ٢٤٧ نشاطاً في ٣٥ صفحة، أي بمعدل ٧,١ نشاطاً في الصفحة الواحدة.

ويرى الباحث أن العدد الكبير للأنشطة – ربما– لا يساعد على عمق الفهم، بل على العكس قد يضعف الفهم، ورأي الباحث هذا يتفق مع رأي لينواند وجينسبرغ (Leinwand & Ginsburg, 2007) أن المناهج الأمريكية واسعة وفيها الكثير من المواضيع والمسائل ولكنها لا تركز عل الفهم العميق "a mile wide and an inch deep"، فالعدد الكبير للموضوعات أو المسائل في المنهاج، لا يعني الفهم العميق، وليس بالضرورة أن يؤدي إلى الفهم العميق.

ويرى المعلمون الثلاثة من أفراد العينة، أن كتابة المفهوم الجبري على السبورة يزيد من فهم الطلبة للمفهوم، ويسمح لكل الطلاب ملاحظة المفهوم وتذكره بشكل أفضل من سماعه فقط دون مشاهدته على السبورة، وارتأى بعض أفراد العينة، أنه بسبب ضيق الوقت للحصة، ووجود المفهوم في الكتاب لا يكتبون المفهوم على السبورة، ولكن المعلم نادر يرى أن شرح المفهوم دون كتابته أفضل لأنه لا يريد أن يحول الرياضيات إلى موضوع يركز على الحفظ

الأصم كالتاريخ أو الجغرافيا – حسب رأي المعلم نادر–. وعلى العكس من رأي هذا المعلم، يرى الباحث ضرورة التركيز على المفاهيم الرياضية، وعرضها بشكل واضح لا يثير الشك لدى المتعلم، والعمل بكل قوة على توصيل المفهوم للمتعلم، فمن خلال تجربته لاحظ أن إحدى المشاكل عند الطلبة، عدم فهمهم للمفهوم الرياضي.

وأظهرت النتائج أن المعلم سالم كان أقل أفراد العينة استخداماً لكل من التمثيلات (بالمواقف الحياتية، والنماذج والمجسمات والصور والأشكال)، حيث كان استخدامه لها منخفضاً جداً ويكاد يكون معدوماً، بينما كان استخدام المعلم نادر لها بشكل أفضل وتراوح بين منخفضاً جداً ومنخفض، وكان استخدام المعلمة أمل منخفضاً جداً ولكنه أفضل من استخدام المعلم سالم لها، وكذلك كان معدل استخدام المعلم سالم للمراوحات أقل من معدل استخدام كل من أفراد العينة الآخرين.

ومن خلال المقابلات التي أجراها الباحث مع المعلمين في العينة، استنتج أن المعلم سالم لم يأخذ في دراسته الجامعية أي مساق له علاقة بالتمثيلات الرياضية المتعددة، فهو حاصل على درجة البكالوريوس في الرياضيات فقط، بينما المعلمَين الآخرين تعرضا للتمثيلات في دراستهما الجامعية، في مساقات أساليب تدريس الرياضيات، والوسائل التعليمية، وهذا يظهر ضرورة أن يتعلم ويتعرف المعلم على التمثيلات الرياضية المتعددة، لكي يتمكن من استخدامها في شرحه للحصص، وضرورة تدريب المعلمين على استخدام التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها بمرونة في الصف الدراسي، ويرى يو وقوِّن (You & Quinn, 2010) أن على القائمين على إعداد المعلمين التركيز على تدريب المعلمين على استخدام التمثيلات

الرياضية المتعددة والمراوحة بينها بشكل مرن، وخاصة التمثيلات بالصور والأشكال والمواقف الحياتية والتمثيل الرمزي والمراوحات بينها.

كما أظهرت نتائج المقابلات مع المعلمين الثلاثة المشاركين في الدراسة، أن الأثر الأكبر في استخدام المعلم للتمثيلات الرياضية والمراوحات بينها، يعود لمعرفة المعلم بالتمثيلات الرياضية المتعددة وطرق استخدامها، والمراوحة بينها بمرونة، وذكر المعلمون أن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة تعمل على تغيير المفهوم عن الرياضيات أنها شيء مجرد لا علاقة له بالوقع – كما يذكر كثير من الطلبة–، واستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، يساعد المعلم على استخدام أساليب ووسائل متعددة، مما يساعد على مراعاة الفروق الفردية بشكل أفضل، وهذا يتفق مع (البلاصي، ٢٠٠٦؛ والبلاصي وبرهم، ٢٠١٠)، أن في استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة تُراعى الفروق الفردية بيين الطلبة.

ولاحظ المعلم من الحصص التي شاهدها للمعلمين ومن خلال المقابلات، أن بعض الأخطاء الرياضية والمفاهيم البديلة الخاطئة التي تتكون لدى الطلبة، يُمكن تعديلها وتصحيحها باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة لمواقف حياتية ذات صلة، مثل المثال الذي عرض في الصفحات السابقة ٥س – س = ٥. وأبدى كل أفراد العينة أن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة يعمل على تجنب مثل تلك الأخطاء في فهم المفاهيم الرياضية.

وكان رأي المعلم نادر والمعلمة أمل، أن انخراط الطالب بالعمل بنفسه على نماذج ومجسمات، وصور وأشكال هو الأفضل لتعلمه المفهوم أو الفكرة الرياضية، واتفق كل المعلمين المشاركين في الدراسة على أنه لا يوجد وقت لإعطاء الطلبة مجالا للعمل الحسي على المفاهيم الرياضية، بسبب اتساع المنهاج، وان عمل الطالب بنفسه يعمق فهمه للمفهوم،

لان هذا العمل يساعده على اكتشاف المفهوم بنفسه، بينما كان رأي المعلم سالم أنه على الرغم أن انخراط الطلبة بالعمل بأنفسهم ضروري، إلا أن هذا الانخراط مرتبط بمستوى الذكاء لدى المتعلم، ولا حاجة في بعض الأحيان من استخدامه إذا كان مستوى الذكاء لدى الطلبة مرتفع.

ولاحظ المعلم سالم أن الطلبة يظهرون مرونة في التعامل مع الصور والأشكال والنماذج والمجسمات أكثر من غيرها من التمثيلات، بينما لاحظ المعلم نادر أن الطلبة يظهرون مرونة في التعامل مع المواقف الحياتية أكثر من غيرها من التمثيلات، أما المعلمة أمل فلاحظت أن الطلبة يظهرون مرونة في التعامل مع الصور والأشكال التمثيل اللفظي وأنهم لا يحبون الرموز، ورأيها هذا يتناقض مع نتائج دراسة موسوليدس وغاغتسيس (Mousoulides & Gagatsis, 2004) بأن فهم الطلبة محدود باستخدام طرق التمثيلات الرمزية.

وكان رأي كل أفراد العينة أنه لا ضرورة لحذف أي من التمثيلات في الوحدة، واقترح المعلم سالم إضافة أنشطة إضافية تتضمن التمثيل بالنماذج والمجسمات، واقترح المعلم نادر إضافة أنشطة تتضمن التمثيل بالمواقف الحياتية، أما المعلمة أمل فارتأت أن التمثيلات في الوحدة تكفي.

٥: ٣ التوصيات:

في ضوء النتائج التي أسفرت عنها الدراسة، فإنها تتوجه بالتوصيات التالية، والتي يمكن إدراجها ضمن ثلاثة فئات كما يلي:

أولا: توصيات لمعلمي الرياضيات:

١) أن يولوا التمثيلات الرياضية اهتماما أكبر، لما لها من أثر إيجابي على مستوى التحصيل وعلى الفهم، مما سيزيد دافعية الطلبة نحو التعلم، لان استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة يزيد فهم الطلبة للمفاهيم الرياضية، وهذا يظهر من نتائج العديد من الدراسات التي تم عرضها في الدراسات السابقة، كما أن استخدام التمثيلات الرياضية يُسهِّل فهم الطلبة للمفهوم الرياضي.

٢) ربط المادة بمواقف حياتية مناسبة للطالب ولميوله واتجاهاته.

٣) الإطلاع على التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها، إذا لم يتعرّف عليها من قبل، وتوسيع معرفته وتطويرها إذا كان يعرف التمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها.

٤) العمل على إعطاء الطالب فرصة للتمثيل بنفسه والتعبير عن المفهوم أو الفكرة الرياضية بلغته، وإعطاء تمثيلات مختلفة للمفهوم أو الفكرة.

٥) إعطاء الطلبة الفرصة للانخراط بالعمل الحسي على المفاهيم الرياضية وتمثيلاتها، مثل تمثيل الفرق بين مربعين.

ثانياً: توصيات لصناع السياسات التربوية في فلسطين وخاصة القائمين على إعداد المناهج:

١) يوصى الباحث القائمين على إعداد المناهج، أن يضعوا معايير لمنهاج الرياضيات الفلسطينية، ويولوا التمثيلات الرياضية اهتماما في تلك المعايير، لأنه وكما يرى وانغ (Wang, ndt) أنه من المهم بناء معايير لمناهج الرياضيات المدرسية، وأن التصميم الجيد للمنهاج يُحسّن معرفة المعلم للرياضيات وتمثيلاتها ولنوعية التدريس، مما يساعد على تحسين فهم الرياضيات.

وكذلك يرى هاريز (harries, 2000) أن الكتب في أي بلد تعكس نظرة البلد عن الرياضيات، والتي ينبغي على السكان معرفتها، والطرق التي يتم فيها تعليم وتعلم الرياضيات، وأن ما يَظهر في كتب الرياضيات لا يظهر بالصدفة، وإنما يتأثر بخصائص متعددة عن الثقافة التربوية للبلد، لهذا فكتب الرياضيات المدرسية تعطي تصورا عن تعليم الرياضيات في البلد، وسياستها التربوية.

٢) أن يعملوا على تطوير وتحسين كتب الرياضيات، وأن يُضمّنوا مختلف مناهج الرياضيات تمثيلات رياضية متعددة ومراوحات بين هذه التمثيلات.

٣) العمل على تأهيل المعلمين تربوياً.

٤) إدراج أنشطة وتدريبات وتمارين تطلُب من المعلم والطالب عمل مراوحات بين التمثيلات الرياضية المتعددة، ويقترح الباحث التقليل من عدد الأنشطة واستبدالها بمراوحات بين التمثيلات المتعددة، فالمعلمون ومن خلال نتائج المقابلات، يرون أن الوقت غير كافٍ لإنهاء

المنهاج واستخدام التمثيلات بشكل فعال، لهذا يقترح الباحث وضع آلية مناسبة توفق بين ضيق الوقت المتاح واستخدام تمثيلات متعددة ومراوحات بينها تعمل على تعميق الفهم للطلبة.

٥) كما يوصي الباحث المسؤولين وصناع السياسات عمل دورات فاعلة للمعلمين لتدريبهم وحثهم على استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة المناسبة والمراوحات بينها في التدريس، ففاقد الشيء لا يعطيه.

٦) عمل أدلة لكتب الرياضيات المدرسية، تساعد المعلمين على استخدام تمثيلات رياضية متعددة.

ثالثاً: توصيات لأبحاث مستقبلية:

١) إجراء المزيد من الدراسات التي تستخدم منهجية هذه الدراسة، لمقارنة ما يتم في الصف الدراسي مع ما هو موجود في الكتاب المدرسي.

٢) إعادة مثل هذه الدراسة على كتب الرياضيات للصفوف المختلفة، وعلى مختلف المواضيع الرياضية.

٣) عمل دراسات ومقارنة بين المناهج الفلسطينية ومناهج دول متقدمة، ذات تحصيل مرتفع في الاختبارات الدولية، مثل سنغافورة وغيرها، من أجل المقارنة معها ومع الوضع المثالي، ومن أجل الارتقاء بالعملية التعليمية نحو الأفضل.

٤) إعادة مثل هذه الدراسة على عينة عشوائية ممثلة وليست قصديه.

المراجع:

١) المراجع العربية:

إبراهيم ، محمد خضر. (٢٠٠١). مقدرة طلبة الصفين السابع والثامن الأساسي على التمثيل الجبري والهندسي للمسألة الرياضية اللفظية ، رسالة ماجستير غير منشورة ، جامعة اليرموك، اربد، الأردن.

أبو زينة، فريد. (١٩٩٠). الرياضيات مناهجها وأصول تدريسها، (ط.٤)، عمان، الأردن: دار الفرقان للنشر والتوزيع.

أبو زينة، فريد. (١٩٩٤) . مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها، الكويت: مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع.

أبو زينة، فريد. (٢٠٠٣). مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها، (ط.٢)، الكويت: مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع.

بدوي، رمضان مسعد. (٢٠٠٣). إستراتيجيات في تعليم وتقويم تعلم الرياضيات، عمان، الأردن: دار الفكر للطباعة والنشر.

البلاصي، رياض إبراهيم. (٢٠٠٦). أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في اكتساب المفاهيم الرياضية والقدرة على حل المسائل اللفظية. رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الهاشمية، اربد، الأردن.

البلاصي، رياض إبراهيم وبرهم، أريج عصام. (٢٠١٠). أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في اكتساب طلبة الصف الثامن الأساسي للمفاهيم الرياضية وقدرتهم على حل المسائل اللفظية، دراسات، العلوم التربوية، ٣٧، ١، عمان، الأردن.

جرادات، زياد عيسى. (٢٠٠٢). أثر استراتيجيات إتقان التعلم ، جيكسو، والتقليدية في قدرة طلبة الصف العاشر على حل المسألة الرياضية في محافظة اربد، رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الهاشمية، اربد، الأردن.

خندقجي، نواف عبد الجبار. (١٩٩٢). أثر التعلم التعاوني في تحصيل طلبة الصف العاشر الأساسي في مادة الرياضيات. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، اربد، الأردن.

سالم، عبد الحكيم سالم. (١٩٩٥). أثر استخدام نموذج التمثيل المتعدد في تدريس الرياضيات على تحصيل واتجاهات طلبة الصف التاسع الأساسي في منطقة نابلس، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة النجاح الوطنية، نابلس.

سلامة، حسن علي. (١٩٩٥). طرق تدريس الرياضيات بين النظرية والتطبيق، القاهرة، مصر: دار الفجر للنشر والتوزيع.

شاهين، مرشد يوسف. (٢٠١١). أثر استخدام تمثيلات متعددة في تدريس وحدة الجبر على تحصيل طلبة الصف السابع الأساسي. . رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة بيرزيت، فلسطين.

الشيخي، هاشم سعيد. (٢٠٠٠). أثر ربط الرياضيات بالحياة اليومية على تحصيل طلبة الصف الثالث المتوسط بمدينة جدة في الرياضيات وعلى اتجاهاتهم نحوها. رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الأردنية، عمان، الأردن.

عبيد، وليم. (٢٠٠٤). تعليم الرياضيات لجميع الأطفال في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير، العبدلي، عمان: دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.

عوض الله، محمد عيد. (2003). التمثيلات الرياضية من خلال بعض طرق التدريس المتكاملة مدخل لتدريس أساسيات الجبر لتلاميذ المرحلة الابتدائية وعلاقة ذلك بتفكيرهم الاستدلالي وتحصيلهم الفوري المؤجل، مجلة تربويات الرياضيات، كلية التربية– بنها، جامعة الزقازيق، ٦، (١)، ٩٩– ١٤١.

وزارة التربية والتعليم العالي. (٢٠٠٥). نتائج أولية لدراسة التقويم الوطني لطلبة الصف الرابع الأساسي في اللغة العربية والرياضيات والعلوم للعام الدراسي ٢٠٠٤/ ٢٠٠٥. سلسلة منشورات دائرة القياس والتقويم. رام الله، فلسطين.

وزارة التربية والتعليم العالي. (٢٠٠٥). نتائج أولية لدراسة التقويم الوطني لطلبة الصف العاشر الأساسي في اللغة العربية والرياضيات والعلوم للعام الدراسي ٢٠٠٤/ ٢٠٠٥. سلسلة منشورات دائرة القياس والتقويم. رام الله، فلسطين

وزارة التربية والتعليم العالي. (٢٠٠٨). نتائج أولية لدراسة التقويم الوطني لطلبة الصف الرابع الأساسي في اللغة العربية والرياضيات والعلوم للعام الدراسي ٢٠٠٤/ ٢٠٠٥. سلسلة منشورات دائرة القياس والتقويم. رام الله، فلسطين

وزارة التربية والتعليم العالي. (٢٠٠٨). نتائج أولية لدراسة التقويم الوطني لطلبة الصف العاشر الأساسي في اللغة العربية والرياضيات والعلوم للعام الدراسي ٢٠٠٤/ ٢٠٠٥. سلسلة منشورات دائرة القياس والتقويم. رام الله، فلسطين

وزارة التربية والتعليم العالي (٢٠٠٩). نتائج طلبة فلسطين في دراسة التوجهات الدولية في الرياضيات والعلوم في دراسة (TIMSS 2007). دائرة القياس والتقويم والامتحانات. رام الله، فلسطين.

٢) المراجع الأجنبية:

Abouchedid, k. & Nasser, R .(2000). *The role of presentation and response format in understanding alternative concepts in algebra problems*. Electronic references, Retrieved on 28/1/ 2011, from: http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED438174.pdf

Adiguzel, T. & Akpinar, Y. (2004). *Improving School Children's Mathematical Word Problem Solving Skills through Computer-Based Multiple Representations.* Retrieved on 28/1/ 2011, from: http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED485024.pdf

Adu- Gyamfi, K. (2003). *External multiple representations in mathematics Teaching*. A thesis submitted to the Graduate Faculty, North Carolina State University, Electronic references Retrieved on March 13, 2011, from: http://repository.lib.ncsu.edu/ir/bitstream/1840.16/366/1/etd.pdf

Akkus, O. & Cakiroglu, E. (2009). *The Effects Of Multiple Representations-Based Instruction On Seventh Grade Students' Algebra Performance.* Electronic references, Retrieved on 28/1/ 2011, from: http://www.inrp.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg4-01-akkus-cakiroglu.pdf

Amato, S. (2004). *Improving Student Teachers' Mathematical Knowledge*. Electronic references, Retrieved on 20/ 10/ 2011 from: http://www.icme-organisers.dk/taA/Solange%20Amato.pdf

Amit, & Fried, (2005). *Multiple Representstions In 8th Grade Algebra Lessons: Are Learners Really Getting It?*. Electronic references, Retrieved on 20/ 10/ 2011 from:
http://www.emis.ams.org/proceedings/PME29/PME29CompleteProc/PME29Vol2Adl_Fre.pdf#page=63

Anastasiadou,S. & Chadjipantelis, T. (2008). *The role of representations in the understanding of probabilities in tertiary education*. Electronic references, Retrieved on 20/ 10/ 2011 from: https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icme11/ICME11_TSG13_18P_anastasiadou.pdf

Anthony, G & Walshaw, M.(2009).Effective pedagogy in mathematics. *International Academy Of Education*, Electronic references, Retrieved on 1/ 4/ 2012 from: http://www.ibe.unesco.org/fileadmin/user_upload/Publications/Educational_Practices/EdPractices_19.pdf

Anthony G. & Walshaw M. (2009). Characteristics of Effective Teaching of Mathematics: A View from the West. *Journal of Mathematics Education* , 2, (2),147-164, Electronic references, Retrieved on 27/6/ 2011, from: http://educationforatoz.com/images/_9734_12_Glenda_Anthony.pdf

Asli, O. (2001). The effect of multiple representations on students learning in mathematics. *In proceeding of the annual meeting of the north American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (23rd, Snowbird, Utah, October 18 -21).* Retrieved on 28/1/ 2010, from: http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED476640.pdf

Bayazit,I. (2011). Prospective teachers' inclination to single representation and their development of the function concept. *Educational Research and Reviews* , 6(5), 436- 446, Electronic references, Retrieved on 5/9/ 2011, from: http://www.academicjournals.org/err/PDF/Pdf%202011/May/Bayazit.pdf

Beyranevand, L. (2010). *Investigating mathematics students' use of multiple representations when solving linear equations with one unknown*. Electronic references Retrieved on 9/10/ 2011, from: https://sslvpn.birzeit.edu/,DanaInfo=proquest.umi.com+pqdweb?index=19&did=2071726501&SrchMode=1&sid=7&Fmt=2&VInst=PROD&VType=PQD&RQT=309&VName=PQD&TS=1318164028&clientId=131697

Boyraz, Sebnem. (2008). *The Effects Of Computer Based Instruction On Seventh Grade Students' Spatial Ability, Attitudes Toward Geometry, Mathematics And Technology*. A Thesis submitted to graduate school of social sciences of Middle East Technical University, Electronic references. Retrieved on 9/3/ 2011, from http://etd.lib.metu.edu.tr/upload/3/12609994/index.pdf

Bruner, J. (1960). *The Process of Education*. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts and London, England.

Burkett, C. (1999). *Making connections between the tabular, symbolic, graphical representations in the context of functions*. Electronic references. Retrieved on 10/12/ 2010, from http://pdipmat.math.unipa.it~grimquad14_gagatsis.pdf

Chee Mok, I. (2010*). Representations in mathematics Textbooks, Learning and Teaching: Multiple perspectives*. Electronic references. Retrieved on 20/3/2012, from:
http://www.ciae.uchile.cl/publicaciones/seminario_texto_escolares/ida_mok_part_i.pdf

Cikla, O. (2004). *The Effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference.* A thesis submitted to the graduate school of natural and applied sciences of Middle East Technical University, Electronic references, Retrieved on 30/1/ 2011, from:
http://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12605615/index.pdf

Coulombe, W. & Berenson, S. (2001). Representations of patterns and functions: Tools For learning. *In The roles of representations in school mathematics. NCTM, Yearbook*, Retrieved on 12/2/ 2010, from: http://standards.nctm.org/

Dean, S. (2008).*Using Non-Traditional Activities to Enhance Mathematical Connections*. Electronic references, Retrieved on 1/ 4/ 2012 from:
http://scimath.unl.edu/MIM/files/research/DeanS.pdf

Dienes, Z. P. (1960). *Building up mathematics*. Great Britain: Anchor press, Hutchinson Educational.

Dindyal, J. (2003). *Algebraic thinking in geometry at high school level: Students' Use of Variables and Unknowns*. Electronic references. Retrieved on 28/1/ 2010, from http://www.merga.net.au/documents/RP202004.pdf

English, L.D. (2003). *Mathematical Modeling in the Primary School*, Electronic references. Retrieved 7/11/ 2010, from:
http://eprints.qut.edu.au/1640/1/Englishchapter.pdf

Even. (1998). Factors Involved in Linking Representations of Functions. *Journal of Mathematical Behavior*, Retrieved on 24/10/2011 from http://ww w.mendeley.com/research/factors-involved-in-linking-representations-of-functions/#

Friedlander, A & Tabach, M. (2001). Promoting multiple representations in algebra .*In The roles of representations in school mathematics, Reston, Virginia, NCTM, Yearbook, (pp.173-185).* Electronic references. Retrieved on 19/12/ 2010, from:
http://stwww.weizmann.ac.il/department40/publications/Alex/Friedlander%20NCTM%20YBK.pdf

Gagatsis (n.dt). *Representations And Learning Of Fractions***.** Electronic references, Retrieved on 9/10/2011, from http://math.unipa.it/~grim/SiMarcou.PDF.

Gagatsis, Christou & Elia. (2004).The *Nature Of Multiple Representations Developing Mathematical Relationships*. Electronic references, Retrieved on 5/10/2011, from http://math.unipa.it/~grim/quad14_gagatsis.pdf

Gagatsis, A. & Shiakalli,M. (2004). Ability to Translate from One Representation of the Concept of Function to Another and Mathematical Problem Solving. *Educational Psychology*, 24 (5). Electronic references, Retrieved on 5/11/2011, From: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0144341042000262953.

Gagatsis, A. Panaoura, A. Deliyianni, E. and Elia, I. (2009). *Students' Beliefs About The Use Of Representations In The Learning Of Fractions.* Electronic references, Retrieved on 20/ 3/ 2012 from: http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg1-04-gagatsis-panaoura.pdf

Glasersfeld,E. (2002). *Radical constructivism in mathematics education*. Electronic references, Retrieved on 5/11/2011, from: http://books.google.com/books?id=ZBmiRfBtl18C&pg=PA74&dq=%22Representation+in+mathematics+learning+and+problem+solving%22+by+golden&hl=ar&ei=1u2TrrEBcLc8APd6LyEBQ&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CDEQ6AEwAA#v=onepage&q&f=false

Goldin, G. Shteingold, N. (2001). System of representations and the development of mathematical concepts. *In The roles of representations in school mathematics. Reston, VA NCTM, Yearbook*, Retrieved on 12/2/ 2010, from http://standards.nctm.org/

Greeno & Hall. (1997). Practicing Representation: Learning with and about Representational Forms. *Journal Article Excerpt,* 78. Electronic references, Retrieved on 6/11/2011, from: http://www.questia.com/googleScholar.qst?docId=5000411410

Grossman, C. (2010).*Using Multiple Representations to Build Stronger Student Collaboration and Understanding in Mathematics*. Electronic references, Retrieved on 29/ 3/ 2012 from: http://ime.math.arizona.edu/ati/Action%20Research/C1_ARfinal_grossman.pdf

Hail, C. (2000). *The effects of using multiple representations on students knowledge and perspectives of basic algebraic concepts*. University Of Kentucky, Un published Dissertation, DAI, 61, no. 07A (2000): p. 2636, Electronic references, Retrieved on 19/12/ 2010, from: http://www.aghandoura.com/derasat_2.htm

Harries, T. & Sutherland, R. (2000). *The representation of mathematical concepts in primary mathematics textbooks: a focus on multiplication.*Electronicr references, Retrieved on 29/ 1/ 2011, from: http://math.unipa.it/~grim/Jharries.PDF

Hwang, W., Chen, N., Dung, J., & Yang, Y. (2007). Multiple Representation Skills and Creativity Effects on Mathematical Problem Solving using a Multimedia Whiteboard System. *Educational Technology & Society*, 10 (2).

Juersivich, Garofalo & Fraser. (2006). *Student Teachers' Use of Technology-Generated Representations: Exemplars and Rationales*. Electronic references, retrieved on 9/10/2011, from: http://downloads01.smarttech.com/media/research/international_research/usa/uva_report.pdf

Keong, Horani & Daniel. (2005). A Study on the Use of ICT in Mathematics Teaching. *Malaysian Online Journal of Instructional Technology (MOJIT)*, 2(3), Electronic references, Retrieved on 9/11/2011, from: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.138.6507&rep=rep1&type=pdf

Leinwand, S. & Ginsburg, A. (2007). *Learning from Singapore Math: The United States could benefit from looking at five elements driving the program's success*. Electronic references, Retrieved on 20/3/2012, from: http://ramosgroup.squarespace.com/storage/Learning%20from%20Singapore%20Math%20.pdf

Leonidou, V. A. & Philippou, G. N. (2005). Teachers' beliefs about students´ development of the pre- algebraic concept of equation. *In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* 2. Melbourne: PME. Electronic references. Retrieved on 13/11/ 2010, from: http://www.emis.de/proceedings/PME29/PME29RRPapers/PME29Vol2AlexandrouPhilippou.pdf

Lesh, R & Post, T & Behr , M .(1987). Representations and translations Among representations in mathematics learning and problem solving. *In c. Janvier,(Ed) Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum,* Retrieved on 28/1/ 2011, from: http://www.cehd.umn.edu/rationalnumberproject/87_5.html

Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H., Post, T., Zawojewski, J., (2003) Using a translation model for curriculum development and classroom instruction. In Lesh, R., Doerr, H. (Eds.) *Beyond Constructivism. Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching.* Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, New Jersey. .Retrieved on 5/12/ 2010, from: http://www.cehd.umn.edu/rationalnumberproject/03_1.html

Lubinski, C. & Otto, A. (2002). *Meaningful Mathematical Representations and Early Algebraic Reasoning*, Electronic references. Retrieved on 24/ 2/ 2012, from: http://www.mathematicallearning.org/Resources_files/Lubinski_Reps%20Alg%20Reason_tcm2002-10-76a.pdf

Luitel, B.C. (n.dt). *Representation: Revisited,* SMEC, Curtin University of Technology. Electronic references. Retrieved on 30/11/ 2010, from: http://bluitel.com/Representation-revisited.pdf

Mackie. (n.dt.). *Using Computer Algebra To Encourage A Deep Learning Approach To Calculus*. Electronic references, Retrieved on 9/10/2011, from: http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap415.pdf.

Mallet. (2007). Multiple Representations For Systems Of Linear Equations ViaThe Computer Algebra System Maple. *International Electronic Journal of Mathematics Education,* 2 (1). Electronic references, Retrieved on 9/10/2011, from: http://www.iejme.com/012007/d2.pdf

Mikles, C. (n.dt). *Algebra: Connections with Multiple Representations A preview of the CPM Algebra Connections Course*. Electronic references, Retrieved on 9/10/2011 from: http://www.cpm.org/pdfs/information/conference/AC_Con_Mult_Rep.pdf

Ministry of Education (2005). *The Ontario Curriculum Grades 1-8 Mathematics Electronic references.* Retrieved on 22/ 1/ 2012 from: http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/elementary/math18curr.pdf

Mousoulides & Gagatsis. (2004). *Algebraic And Geometric Approach in Function Problem Solving*. Electronic references, Retrieved on 5/11/2011, from http://www.emis.ams.org/proceedings/PME28/RR/RR154_Mousoulides.pdf.

Moyer-Packenham, P., Salkind, G., & Bolyard, J. (2008). Virtual manipulative used by K-8 teachers for mathematics instruction: Considering mathematical, cognitive, and pedagogical fidelity. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, *8*(3). Available: http://www.citejournal.org/vol8/iss3/mathematics/article1.cfm

National Council of Teacher of Mathematics NCTM . (2000). *Principles and Standards for school mathematics.* Representation. Reston, VA: NCTM, Retrieved on 12/2/ 2010, from http://standards.nctm.org/document/chapter2/curric.htm

Ozel,S. (n.dt). *Using Multiple Representations In Teaching And Learning Mathematics*. Electronic references, Retrieved on 3/9/2011, from: http://yess4.ktu.edu.tr/YermePappers/SerkanOzel.pdf

Panasuk, R.& Beyranevand, M. (2011). *Algebra Students' Ability To Recognize Multiple Representations And Achievement*. Electronic references, Retrieved on 9/10/2011, From: http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/panasuk.pdf

Pape, S. & Tchoshanov, M. (2001). The Role of Representation(s) in Developing Mathematical Understanding. *Theory into Practice*, 40 (2), Taylor & Francis, Ltd. Electronic references, Retrieved on 16/7/2011, from: http://northbaymathproject.org/home/projectlead/Research%20Articles%20and%20links/math_reps_paper.pdf

Perkins, D. (1993). Teaching For Understanding. *The Professional Journal of the American* Federation of Teachers, 17 (3), 28-35, Electronic references, Retrieved on 19/8/2011, from: http://www.exploratorium.edu/IFI/resources/workshops/teachingforunderstanding.htm

Piaget, J. (1952). The *origins of intelligence in children*. New York: International Universities Press.

Resnick L. & Ford W. (1981). *The Psychology Of Mathematics For Instruction*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, New Jersey.

Rider, R. (2004). *The Effect of Multi-Representational Methods on Students' Knowledge of Function Concepts in Developmental College Mathematics*. Electronic references, Retrieved on 19/ 3/ 2012, from: http://repository.lib.ncsu.edu/ir/bitstream/1840.16/4420/1/etd.pd

Salkind, G. M. (2007). Running head: Mathematical Representations George Mason University, *EDCI 857 Preparation and Professional Development of Mathematics Teachers*. Electronic references. Retrieved on 7/11/ 2010, from: http://mason.gmu.edu/~gsalkind/portfolio/products/857LitReview.pdf

Schoenfeld. (1987). *Cognitive science and mathematics education.*Electronic references, Retrieved on 5/11/2011, from: http://books.google.com/books?hl=ar&lr=&id=shPT_nonMuQC&oi=fnd&pg=PA217&ots=WA-Wlqjyf9&sig=hgminMG5kDFIVfTrDWrNfnbFkro#v=onepage&q&f=false

Schwerdt G. & Wuppermann A. (2011). *Is Traditional Teaching Really All that Bad?* A Within-Student Between-Subject Approach (EJ916999), Electronic references, Retrieved on 8/11/2011, from: http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/search/detailmini.jsp?_nfpb=true&_&ERICExtSearch_SearchValue_0=EJ916999&ERICExtSearch_SearchType_0=no&accno=EJ916999.

Steven G., Eric A. & Kain, J. (2005). Teachers, Schools, and Academic Achievement. *Econometrica,* 73 (2). 417-458, Electronic references, Retrieved on 8/11/2011, From: http://www.jstor.org/pss/3598793.

Suh, J. & Moyer-Packenham, P. (2007). Developing Students' Representational Fluency Using Virtual and Physical Algebra Balances. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 26*(2), 155-173. Chesapeake, VA: AACE. Retrieved on 19/3/2012 from: http://www.editlib.org/p/22799

Sun, Y. Kulm, G. & Capraro, M. (2009). Middle Grade Teachers' Use of Textbooks and Their Classroom Instruction. *Journal of Mathematics Education,2*,(2), Electronic references, Retrieved on 29/ 3/ 2012 from: http://educationforatoz.com/images/_9734_3_Ye_Sun.pdf

TIMMS. (2003). *Average mathematics scale scores of eighth-grade students, by country 2003.* Electronic references, Retrieved on30/11/2011, from: http://nces.ed.gov/timss/timss03tables.asp?figure=5&Quest=5

TIMMS. (2007). *Average mathematics scores of fourth- and eighth-grade students, by country: 2007*. Electronic references,Retrieved on 30/11/2011, from: http://nces.ed.gov/timss/table07_1.asp

Van de Walle, J. A. (2003). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (5th Ed.). Boston, MA 02116: Allyn and Bacon

Viera, A., Garrett, J. (2005). Understanding Interobserver Agreement: The Kappa Statistic. *Family Medicine Research Series,* Electronic references, Retrieved on 14/2 /2012, from: http://twiki.org/p/pub/Main/SigurdurRunarSaemundsson/Interrater_agreement. Kappa_statistic.pdf

Wang, J. (ndt). *Chinese Elementary Teachers' Understanding and Representation of Mathematics Concepts in Classroom: Relationship between Pedagogical Content Knowledge, Instructional Practice, and Mandated Curriculum Materials.* Electronic references, Retrieved on 29/2/2012, from: http://dg.icme11.org/document/get/157http://dg.icme11.org/document/get/157

Waters, M. (2003). How and why students select, apply, and, translate Among mathematical representations in problem solving while *learning algebra in a computer algebra system learning environment.* Electronic references, Retrieved on December 20/12 /2010, from: http://www.nku.edu/~watersm1/Dissertation.pdf

Yan, Z. & Lianghuo, F. (2006*). Focus On The Representation Of Problem Types In Intended Curriculum: A Comparison Of Selected Mathematics Textboks From Maibland China And The United States*. Electronic references, Retrieved on 20/3 /2012, from: http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/viewFile/527/519

You Z. & Quinn R. (2010). Prospective Elementary and Middle School Teachers' Knowledge of Linear Functions: A Quantitative Approach. *Journal of Mathematics Education,* 3 (1). 66-76. Electronic references, Retrieved on 29/1 /2011, from: http://educationforatoz.com/images/_6_Zhixia_You_and_Robert_J._Quinn.pdf

قائمة الملاحق

ملحق رقم (١) إذن الوزارة

ملحق رقم (٢) التمثيلات والمراوحات بينها المستخدمة في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي.

ملحق رقم (٣) التمثيلات والمراوحات بينها التي استخدمها المعلم سالم.

ملحق رقم (٤) التمثيلات والمراوحات بينها التي استخدمها المعلم نادر.

ملحق رقم (٥) التمثيلات والمراوحات بينها التي استخدمها المعلمة أمل.

ملحق رقم (٦) أسئلة مقابلة المعلمين من أفراد العينة.

ملحق رقم (١) إذن الوزارة

بسم الله الرحمن الرحيم

Palestinian National Authority
Ministry of Education and Higher Education
Directorate of Education / Ramallah and Al- Bireh

السلطة الوطنية الفلسطينية
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم/ رام الله والبيرة

الرقم: 83 / 70 / 812
التاريخ:08 / 09 /2011 م
الموافق: 10 / شوال /1432هـ

مديرو/ ات المدارس الحكومية المحترمين/ات.
تحية طيبة وبعد،،

الموضوع: الدراسة الميدانية
الإشارة : كتاب معالي وزيرة التربية والتعليم العالي
رقم :وت/9944/29/30 بتاريخ 2011/06/06 م

لا مانع من قيام الطالب " **أنور شاكر داود رستم** " من إجراء دراسته الميدانية بعنوان **"التمثيلات المتعددة في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي ومدى استخدام معلمي مدارس رام الله لها"**، وإجراء مقابلات وحضور حصص مع معلمي مادة الرياضيات للصف المذكور، واستطلاع رأيهم حول المادة وطريقة عرضها، على أن لا يؤثر ذلك على سير العملية التعليمية.

مع الاحترام،،

أ. أيوب عليان
مدير التربية والتعليم

السلطة الوطنية الفلسطينية ★ وزارة التربية والتعليم العالي ★ مديرية التربية والتعليم - رام الله والبيرة

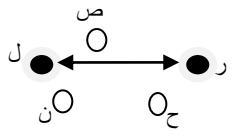
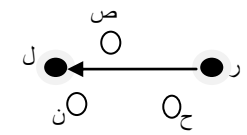
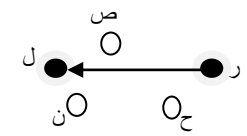
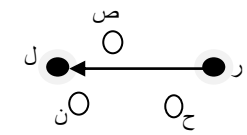
نسخة الملف
ع.ح / هـ.ب

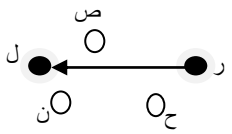
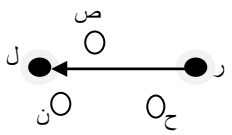
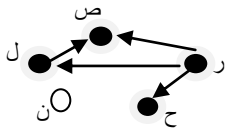
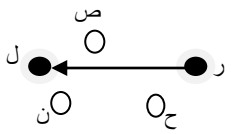
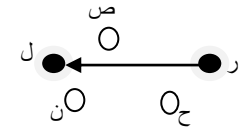
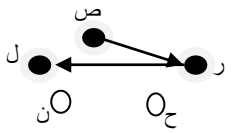
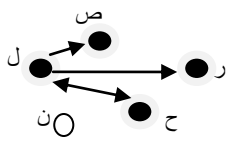
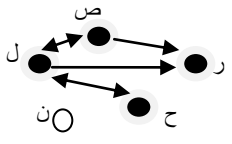
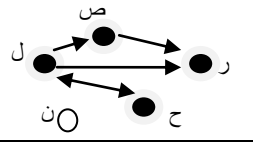
العنوان: البيرة – حي الجنان .هاتف (5/2404714-2- 972 +) Tel . فاكس (2-4204749-972 +) Fax. رام الله ص.ب (297) Ramallah P.O.Box

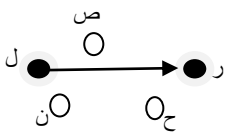
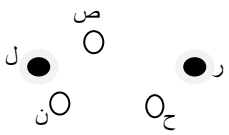
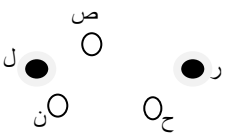
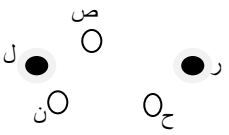
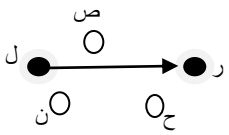
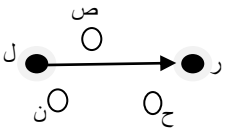
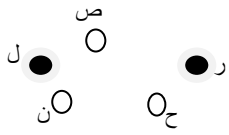
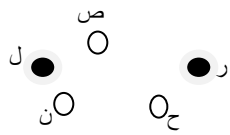
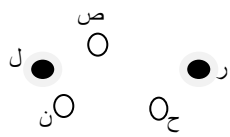
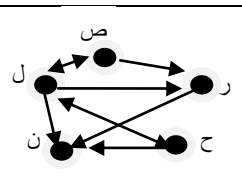
ملحق رقم (٢)

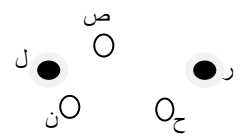
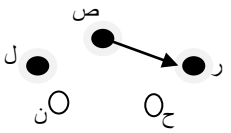
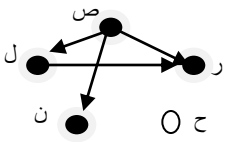
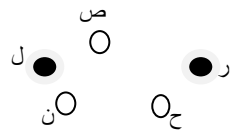
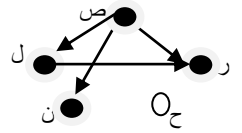
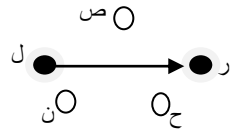
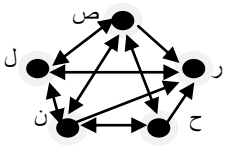
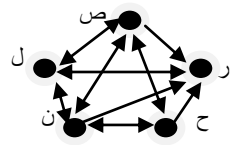
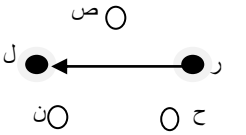
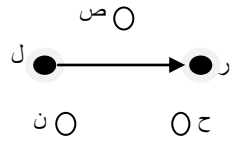
الجدول التالي يمثل التمثيلات الموجودة في وحدة الجبر والمراوحات بينها، وقد قام الباحث برصدها على شكل أربعة فئات من الأنشطة: المفاهيم، والأمثلة، والتدريبات الصفية، والتمارين المسائل. وسيمثل الشكل ○ اسم التمثيل، ويمثل الشكل ● نوع التمثيل الموجود في النشاط المحدد، بينما يدل اتجاه السهم على وجود مراوحة، فعلى سبيل المثال ص⟵ل يدل على وجود مراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي، بينما يدل ر⟷ح على وجود مراوحة من التمثيل بالرموز إلى التمثيل بالمواقف الحياتية، وبنفس الوقت وجود مراوحة من التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل بالرموز.

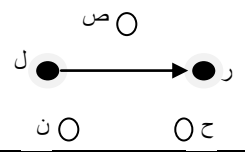
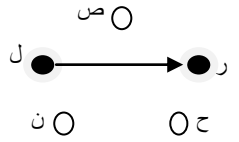
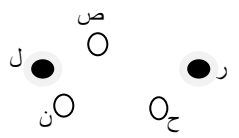
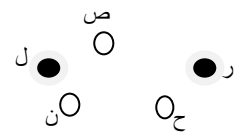
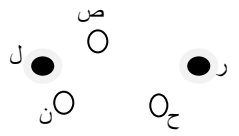
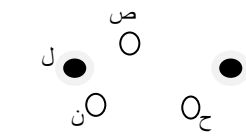
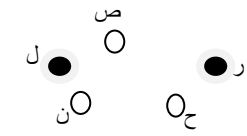
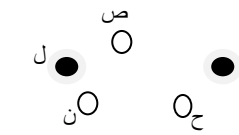
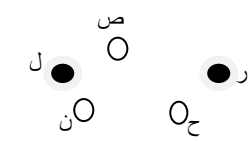
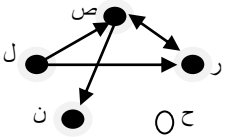
جدول التمثيلات والمراوحات بينها المستخدمة في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع

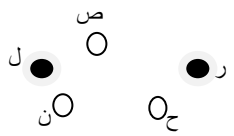
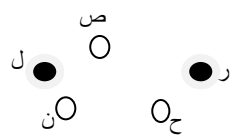
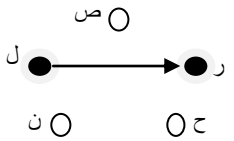
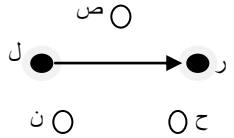
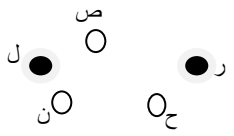
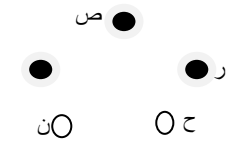
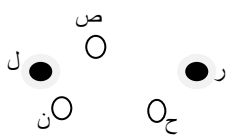
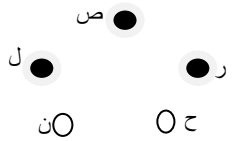
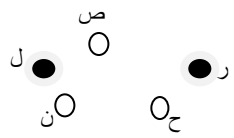
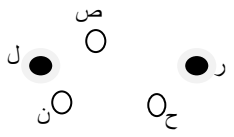
نوع النشاط الموجود في الكتاب	رقم النشاط	شرح النشاط	التمثيلات والمراوحات للنشاط
المفاهيم	١	تعريف المتغير ص. ٧٩	
	٢	تعريف الحد الجبري ص. ٨٠	
	٣	تعريف المقدار الجبري ص. ٨٠	
	٤	تعريف الحدود الجبرية المتشابهة ص. ٨٥	

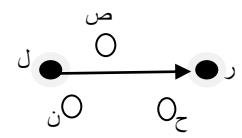
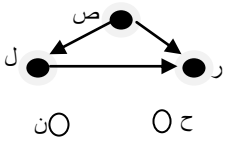
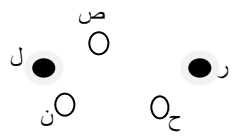
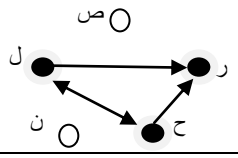
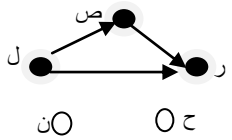
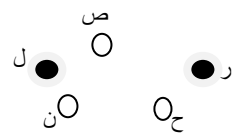
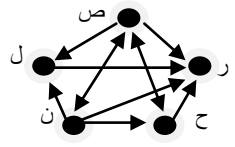
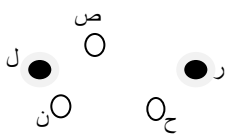
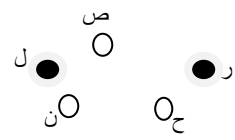
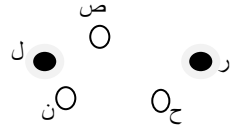
	٥	جمع الحدود الجبرية ص. ٨٧	
	٦	ضرب المقادير الجبرية ص.٩٦ ، ص. ٩٨	
	٧	تعريف المعادلة ص. ١٠٠	
	٨	حل المعادلة ص. ١٠١	
	٩	ايجاد العوامل المشتركة للمقادير الجبرية ص. ١٠٤	
	١٠	مفكوك الفرق بين مربعين ص. ١٠٨	
المجموع		**١٠ مفاهيم**	
الأمثلة	١	سيارة سرعتها معروفة المطلوب المسافة المقطوعة في زمن معروف، وكتابة المسافة بالرموز، موجودة في جدول ١ ص.٧٩ خمسة أجزاء	
	٢	حديقة مستطيلة معطى طولها وعرضها بالرموز المطلوب مساحتها ومحيطها ٢ ص.٨٠ جزءان	
	٣	قطعتا أرض مربعتان معروف طولهما بالرموز المطلوب مجموع مساحتيهما ٣ ص.٨٠	

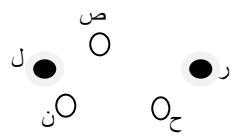
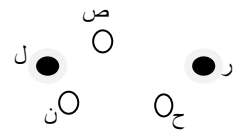
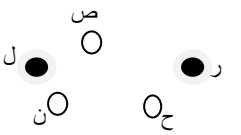
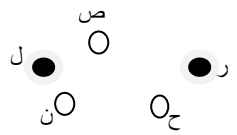
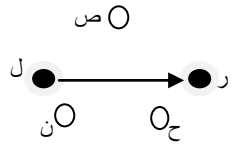
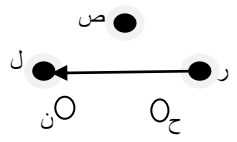
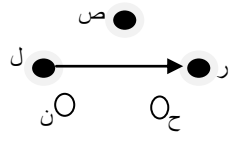
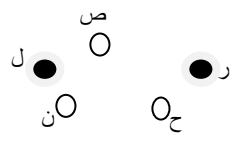
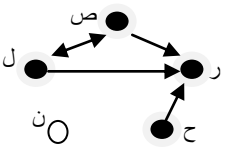
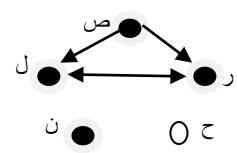
	٤	التعبير عن جمل لفظية بعبارات عددية أو بمقادير جبرية ٤ ص.٨١ أربعة أجزاء	
	٥	معروف قيمة س والمطلوب قيمة ٣ س ١ ص.٨٢	
	٦	معروف قيمة ص والمطلوب ٥ ص- ١ ، ٢ ص.٨٢	
	٧	معروف قيمة كلا من س، ص والمطلوب القيمة العددية لمقادير جبرية ، ٣ ص.٨٢ أربعة أجزاء	
	٨	معرفة الحدود المتشابهة، ١ ص.٨٥	
	٩	عددان صحيحان الأول ٢س والثاني ٣س المطلوب مجموع العددين، ١ص.٨٧	
	١٠	جمع الحدود الجبرية المتشابهة، ٢ص. ٨٧ ثلاث أجزاء	
	١١	جمع الحدود الجبرية المتشابهة، ٣ ص.٨٨ جزءان	
	١٢	طرح الحدود الجبرية المتشابهة، ٤ ص.٨٨ أربعة أجزاء	
	١٣	قطعتا أرض مستطيلتا الشكل معروف طول وعرض كلا منهما بالرموز ومطلوب مساحة كلا منهما ومجموع مساحتيهما، ١ص. ٩٢ أربعة أجزاء	

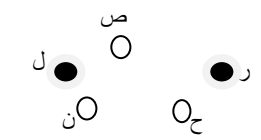
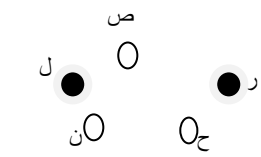
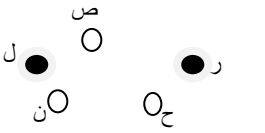
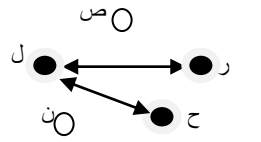
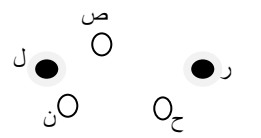
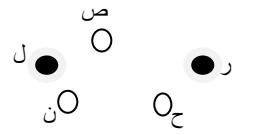
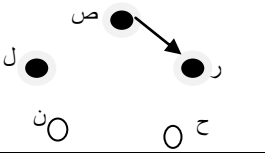
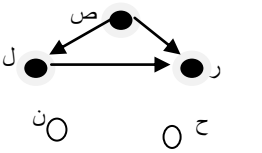
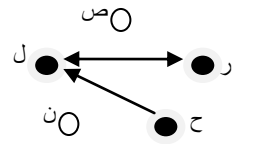
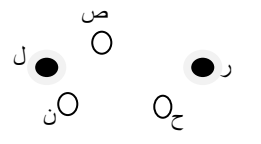
	١٤	استخدام قانون توزيع الضرب على الجمع لإيجاد ناتج مقدار جبري، ٢ص. ٩٣ ثلاث أجزاء	
	١٥	استخدام قانون توزيع الضرب على الجمع لإيجاد حد من الحدود الجبرية في لمقدار جبري، ٣ص. ٩٣ ثلاث أجزاء	
	١٦	إيجاد مساحة مستطيل مرسوم مقسم إلى أربعة مستطيلات معروف طول وعرض كلا منها بالرموز، ١ص. ٩٦ جزءان	
	١٧	فك الأقواس لمقدار جبري، ٢ص. ٩٨ ثلاث أجزاء	
	١٨	إيجاد مساحة أشكال هندسية مرسومة معطى أبعادها بالرموز، ٣ص. ٩٨ ثلاث أجزاء	
	١٩	كتابة جملة على شكل مقدار جبري، ١ص. ١٠٠	
	٢٠	ميزان ذو كفتان في إحدى الكفتين وزن معروف وفي الكفة الأخرى علب ويوجد مجموعة من المطالب على ذلك ، ٢ص. ١٠٠ ثلاث أجزاء	
	٢١	ميزان ذو كفتان في إحدى الكفتين س ومجموعة من الكرات وفي الكفة الأخرى مجموعة من الكرات والمطلوب قيمة س من الكرات، ٣ص. ١٠١	
	٢٢	إيجاد مجموعة الحل لمعادلات، ٤ ص. ١٠٢ ثلاث أجزاء	
	٢٣	إيجاد العامل المشترك الأعلى بين حدود جبرية، ١ ص. ١٠٤	

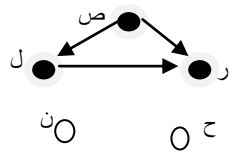
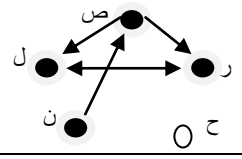
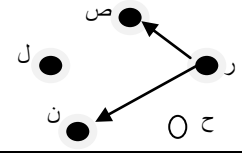
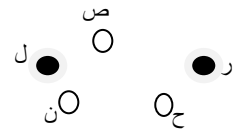
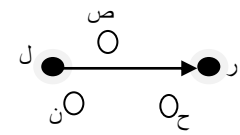
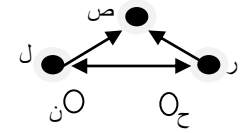
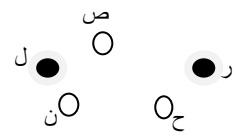
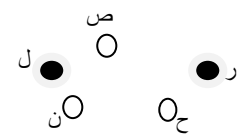
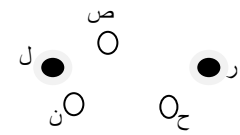
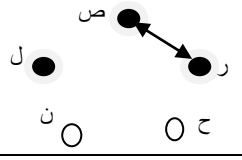
	٢٤	إيجاد العامل المشترك الأعلى بين حدود جبرية، ٢ ص. ١٠٤	
	٢٥	إيجاد العامل المشترك الأعلى بين حدود جبرية، ٣ ص. ١٠٤	
	٢٦	تحليل مقادير إلى عواملها الأولية، ٤ ص. ١٠٥	
	٢٧	تحليل مقادير إلى عواملها الأولية، ٥ ص. ١٠٥ جزءان	
	٢٨	استخدام التحليل لإيجاد مقادير عددية، ٦ ص. ١٠٥	
	٢٩	استخدام قانون التوزيع في إيجاد مفكوك مقدار جبري، ١ ص. ١٠٧	
	٣٠	استخدام قانون التوزيع في إيجاد مفكوك مقدار جبري، ٢ ص. ١٠٧	
	٣١	استخدام قانون التوزيع في إيجاد مفكوك مقدار جبري، ٣ ص. ١٠٧	
	٣٢	استخدام قانون التوزيع في إيجاد مفكوك مقدار جبري، ٤ ص. ١٠٧	
	٣٣	استخدام الرسم في إيجاد مفكوك فرق بين مربعين، ٥ ص. ١٠٨	

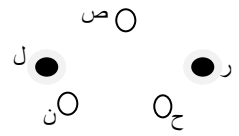
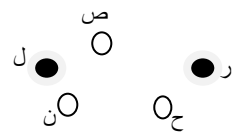
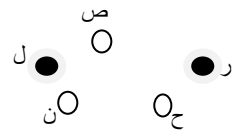
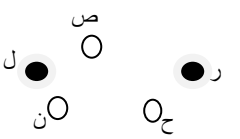
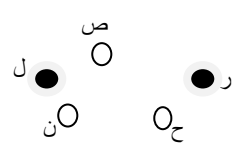
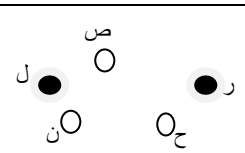
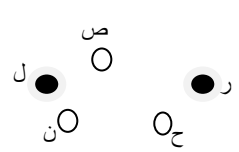
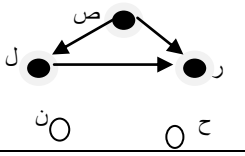
	٣٤	تحليل فرق بين مربعين، ٦ ص. ١٠٩ أربعة أجزاء	
	٣٥	استخدام تحليل الفرق بين مربعين لإيجاد مقدار عددي، ٧ ص. ١٠٩ ثلاث أجزاء	
المجموع		**٧٤جزءا**	
تدريبات صفية	١	أمثلة على عبارات عددية ومقادير جبرية، ١ ص. ٨١ ستة أجزاء	
	٢	التعبير عن جمل رياضية بعبارات عددية، ٢ ص. ٨١ ستة أجزاء	
	٣	حساب القيمة العددية لمقادير جبرية، ١ ص. ٨٣ ثلاث أجزاء	
	٤	تحويل مقدار جبري إلى مقدار عددي، موجود على شكل جدول، ٢ ص. ٨٣ خمسة أجزاء	
	٥	ذكر الحدود الجبرية المتشابهة، ١ ص. ٨٦ جزءان	
	٦	التوصيل بين الحدود المتشابهة في جدول معطى، ٢ ص.٨٦ خمسة أجزاء	
	٧	جمع حدود ومقادير جبرية، ١ ص. ٨٩ ثلاث أجزاء	
	٨	طرح حدود ومقادير جبرية، ٢ ص.٨٩ ثلاث أجزاء	

	٩	عددان على شكل رموز والمطلوب مجموعهما والفرق بينهما، ٣ ص. ٩٠ جزءان	
	١٠	إيجاد محيط كل شكل من أشكال معطاة أبعادها، ٤ص. ٩٠ ثلاث أجزاء	
	١١	فك الأقواس في المقادير الجبرية، ١ص. ٩٤ أربعة أجزاء	
	١٢	مسألة على ثمن وأجرة نقل صندوق من الفواكه والمطلوب المبلغ الإجمالي المطلوب لشراء ونقل ٢٥ صندوقا منها، ٢ص. ٩٤	
	١٣	إيجاد مساحة مستطيل، ص. ٩٧	
	١٤	فك الأقواس في مقدار جبري، ١ص. ٩٩ ثلاث أجزاء	
	١٥	إيجاد قيمة س في معادلتين ممثلتين بميزان ذي كفتين، ١ص. ١٠٣ جزءان	
	١٦	إيجاد مجموعة حل معادلات خطية، ٢ص. ١٠٣ أربعة أجزاء	
	١٧	إيجاد العامل المشترك الأعلى لحدود جبرية، ١ص. ١٠٦ خمسة أجزاء	
	١٨	استخدام التحليل لإيجاد قيمة مقادير عددي، ٢ص. ١٠٦ جزءان	

	١٩	تحليل مقدار جبري، ٣ ص. ١٠٦	
	٢٠	إيجاد مفكوك أقواس جبرية، ١ ص. ١١٠ ثلاث أجزاء	
	٢١	تحليل مقادير جبرية على شكل فرق بين مربعين، ٢ ص.١١٠ ثلاث أجزاء	
	٢٢	استخدام مفكوك الفرق بين مربعين لإيجاد قيمة مقادير عددية، ٣ ص.١١٠ أربعة أجزاء	
المجموع		**٧١ جزءا**	
التمارين والمسائل	١	التعبير عن جمل لفظية بعبارات رياضية، ١ ص. ٨٣ أربعة أجزاء	
	٢	تحويل مقادير جبرية إلى جمل لفظية موجودة في جدول، ٢ ص. ٨٤ ثلاثة أجزاء	
	٣	تحويل جمل لفظية إلى عبارات رياضية موجودة في جدول، ٢ ص. ٨٤ جزءان	
	٤	إيجاد قيمة عددية لمقادير جبرية إذا علم القيمة العددية للمتغيرات، ٣ ص. ٨٤ أربعة أجزاء	
	٥	إيجاد مساحة قطعة أرض مربعة الشكل طول طلعها س، وموجودة على شكل هندسي، ٤ ص. ٨٤	
	٦	إيجاد مساحة أشكالا هندسية معطاة أبعادها، ٥ ص.٨٤ جزءان	

	٧	إيجاد ناتج جمع حدود ومقادير جبرية، نشاط ص. ٨٧ ثلاثة أجزاء	
	٨	إيجاد ناتج جمع الحدود المتشابهة في مقدار جبري، ١ ص. ٩١ جزءان	
	٩	إيجاد ناتج طرح الحدود المتشابهة في مقدار جبري، ٢ ص. ٩١ جزءان	
	١٠	عمر أحمد س سنة وعمر أخته سعاد يزيد سنتين عن عمره، ويوجد على هذا السؤال ثلاث فروع، ٣ص.٩١ ثلاث أجزاء	
	١١	إيجاد القيمة العددية لمقادير جبرية إذا عرفت قيمة المتغيرات، ٤ ص. ٩١ جزءان	
	١٢	فك الأقواس في مقادير جبرية، ١ ص. ٩٤ ثلاث أجزاء	
	١٣	وضع متغيرا مناسبا في عبارات جبرية، ٢ ص. ٩٤ ثلاث أجزاء	
	١٤	إيجاد مساحة أشكالا هندسية معروفة الأبعاد المطلوبة، ٣ ص. ٩٥ ثلاث أجزاء	
	١٥	مسألة كلامية على كتابة مقدارا جبريا يمثل أسعار مجموعة من الأجهزة الكهربائية وأجرة نقلها، ٤ص. ٩٥	
	١٦	فك الأقواس في مقادير جبرية، ١ ص. ٩٩ ثلاث أجزاء	

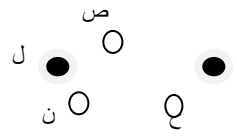
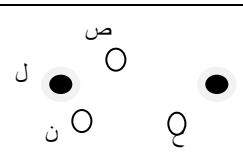
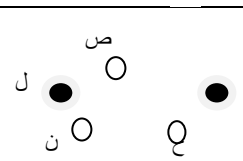
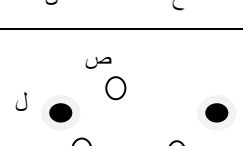
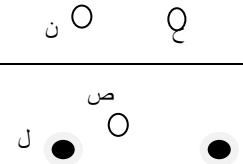
	١٧	إيجاد مساحة أشكالا هندسية بالرموز، ٢ ص. ٩٩ أربعة أجزاء	
	١٨	إيجاد حجم مجسمات ممثلة بالأشكال، ٣ ص. ٩٩ جزءان	
	١٩	رسم أشكالا هندسية تمثل مجسمات لمقادير جبرية معطاة، ٤ ص. ٩٩ ثلاث أجزاء	
	٢٠	حل معادلات خطية، ١ ص. ١٠٣ ثلاث أجزاء	
	٢١	عددان متتاليان مجموعهما ٢٧ فما العددان؟ ٢ ص. ١٠٣	
	٢٢	محيط مربع ٣٢ سم أجد طول ضلعه؟ ٣ ص. ١٠٣	
	٢٣	إيجاد العامل المشترك لحدود جبرية ثم تحليل المقدار الجبري إلى عوامله الأولية، ١ ص. ١٠٦ ثلاث أجزاء	
	٢٤	إيجاد مفكوك الأقواس، ١ ص. ١١١ ثلاث أجزاء	
	٢٥	تحليل مقادير جبرية على شكل فرق بين مربعين، ٢ ص. ١١١ أربعة أجزاء	
	٢٦	استخدام الرسم لتحليل مقادير جبرية على شكل فرق بين مربعين، ٣ ص. ١١١ ثلاث أجزاء	

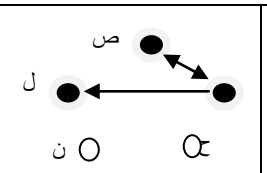
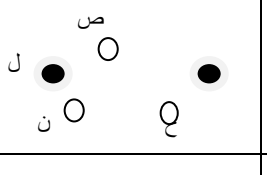
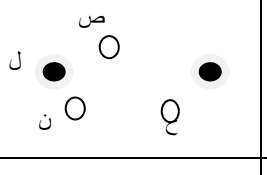
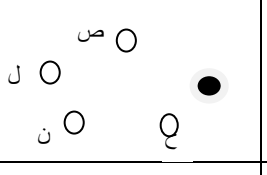
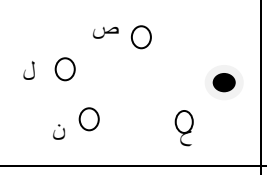
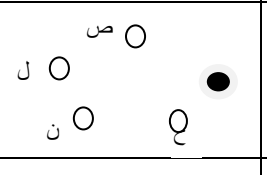
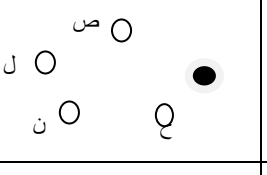
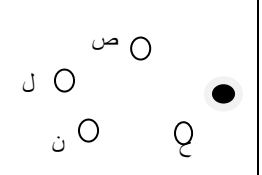
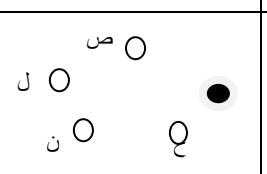
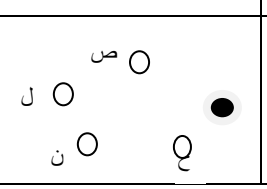
	٢٧	استخدام تحليل الفرق بين مربعين لإيجاد قيمة لمقادير عددية، ٤ ص. ١١١ أربعة أجزاء	
	٢٨	إيجاد القيمة العددية لمقادير جبرية، ١ ص. ١١٢ ثلاث أجزاء	
	٢٩	جمع الحدود المتشابهة بمقادير جبرية، ٢ ص. ١١٢ ثلاث أجزاء	
	٣٠	فك أقواس في مقادير جبرية، ٣ ص. ١١٢ ثلاث أجزاء	
	٣١	إيجاد مجموعة حل معادلات خطية، ٤ ص. ١١٢ أربعة أجزاء	
	٣٢	تحليل مقادير جبرية إلى عواملها، ٥ ص. ١١٢ جزءان	
	٣٣	تحليل مقادير جبرية إلى عواملها، ٦ ص. ١١٣ جزءان	
	٣٤	إيجاد مساحة كل شكل من أشكال هندسية، ٧ ص. ١١٣ ثلاث أجزاء	
المجموع		**٩٢ جزءا**	

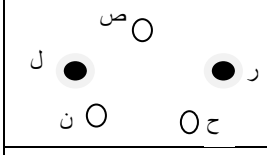
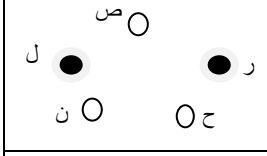
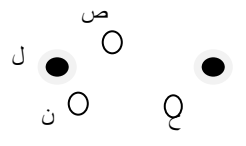
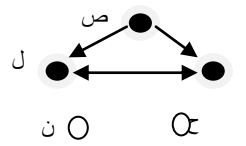
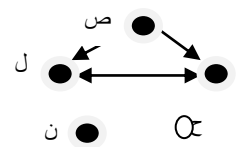
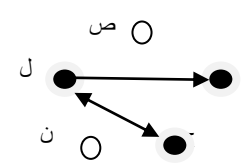
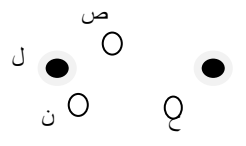
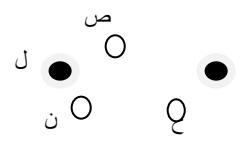
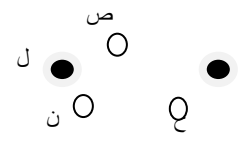
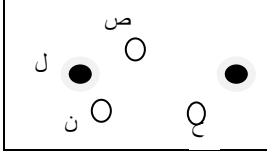
ملحق رقم (٣)

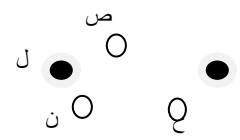
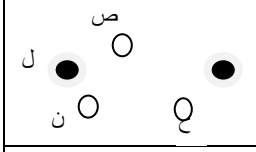
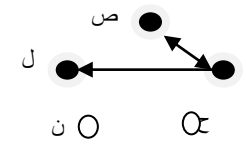
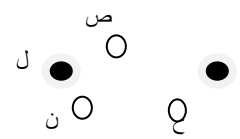
الجدول التالي يمثل التمثيلات المستخدمة في حصص المعلم سالم والمراوحات بينها، وقد قام الباحث برصدها على شكل أربعة فئات من الأنشطة: المفاهيم، والأمثلة، والتدريبات الصفية، والتمارين والمسائل، ولكن المعلم لم يحل أي تدريب أو تمرين في الحصص التي شاهدها الباحث. وسيمثل الشكل ○ اسم التمثيل، ويمثل الشكل ● نوع التمثيل الذي استخدمه المعلم سالم في شرحه للوحدة في الحصص التي شاهدها الباحث، بينما يدل اتجاه السهم على وجود مراوحة، فمثلا ر ⟵ ل تعني أن المعملم سالم استخدم مراوحة من التمثيل بالرموز المكتوبة إلى التمثيل باللغة المحكية، بينما يدل ر ⟷ ل على أن المعلم سالم استخدم مراوحة من التمثيل بالرموز إلى التمثيل باللغة المحكية وبنفس الوقت مراوحة من التمثيل باللغة المحكية إلى التمثيل بالرموز المكتوبة

جدول التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها المستخدمة في حصص المعلم سالم

نوع التمثيل / النشاط	رقم النشاط	شرح النشاط	التمثيلات والمراوحات بينها
المفاهيم	١	الحد الجبري	
	٢	المقدار الجبري	
	٣	الحدود الجبرية المتشابهة	
	٤	جمع الحدود الجبرية	
	٥	طرح الحدود الجبرية	

	٦	الفرق بين مربعين	
المجموع		**٦ مفاهيم**	
الأمثلة	١	أبين المتغير والمعامل والقوة للحدود الجبرية (٤ أجزاء)	
	٢	الحدود الجبرية المتشابهة (٥ أجزاء)	
	٣	٢ س + ٣ س= ٥ س	
	٤	٥ س – س = ٤ س	
	٥	٣س+٤ص–١+٢س + ٥ ص+٩ =٥ س + ٩ ص + ٨	
	٦	ع + ٢ أ + ٣ ع + ٤ أ + ١ = ٦ أ + ٤ ع + ١	
	٧	٦ س + ٥ س = ١١ س	
	٨	٢ د – ٣ د = – د	
	٩	٩ هـ – (⁻ ٣ هـ) = ١٢ هـ	

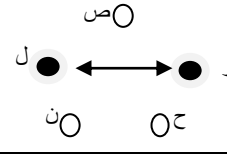
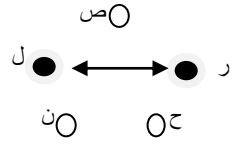
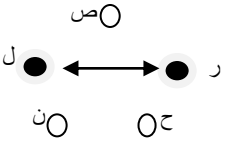
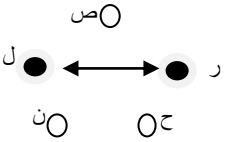
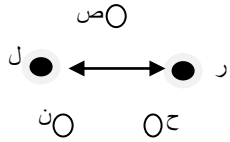
	١٠	٣ع–٢ل+٦ع– ٧ ل= ٩ ع – ٩ ل	
	١١	٢ س+ ٣ س ص – س +٧ س ص = س + ١٠ س ص	
	١٢	استخدم قانون التوزيع لإيجاد ناتج (٧ أجزاء)	
	١٣	احسب مساحة الشكل المجاور (مستطيل)	
	١٤	احسب حجم (متوازي الأضلاع) أبعاده بالرموز	
	١٥	طلب معلم من ١٢ طالب تقسيم أنفسهم إلى مجموعات كم مجموعة يمكن تكوين؟	
	١٦	اكتب عوامل الأعداد التالية (٤ أجزاء)	
	١٧	اكتب ع. م. أ. (٣ أجزاء)	
	١٨	أحلل الحدود الجبرية إلى عواملها (٥ أجزاء)	
	١٩	أكتب ع. م. أ. (٣ أجزاء)	

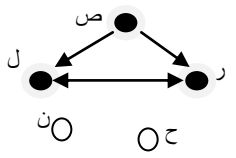
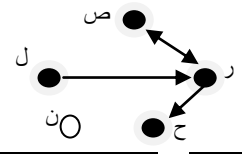
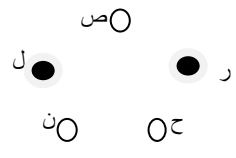
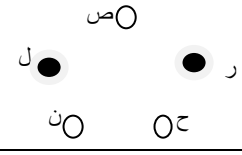
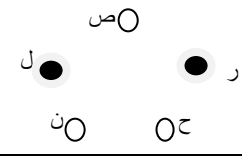
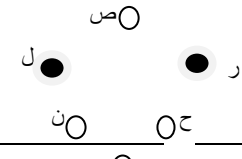
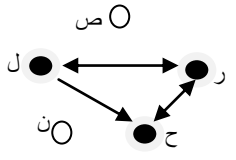
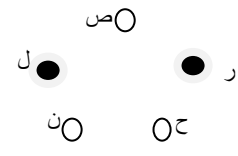
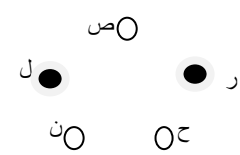
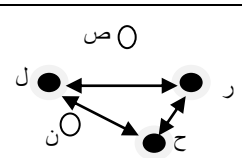
	٢٠	استخدم قانون التوزيع (٣ أجزاء)	
	٢١	اكتب ناتج ضرب المقادير الجبرية (٣ أجزاء)	
	٢٢	(س – ص)(س + ص)	
	٢٣	أحلل إلى العوامل (٤ أجزاء)	
المجموع		**٥٤ جزءاً**	
التدريبات	**لم يحل المعلم أي تدريب في الحصص التي حضرها الباحث**		
التمارين	**لم يحل المعلم أي تمرين في الحصص التي حضرها الباحث**		

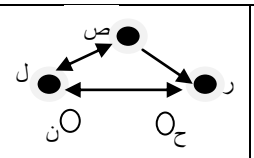
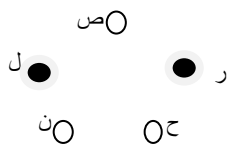
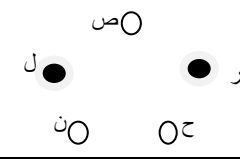
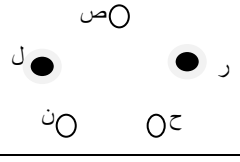
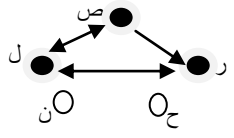
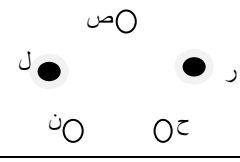
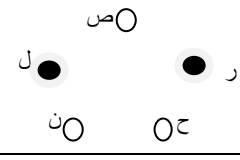
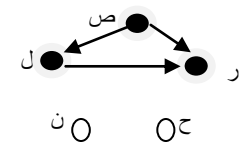
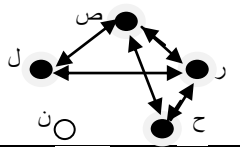
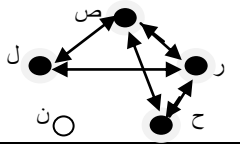
ملحق رقم (٤)

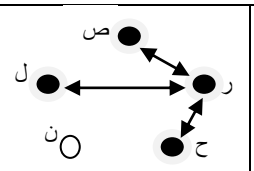
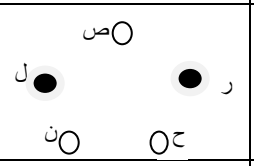
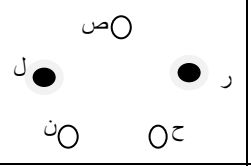
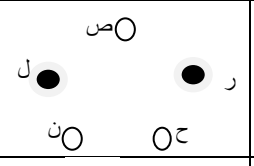
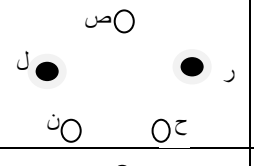
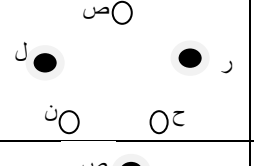
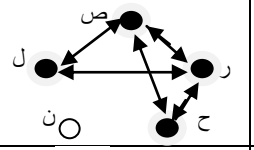
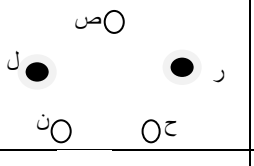
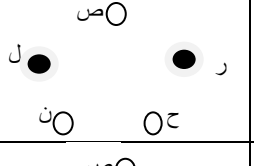
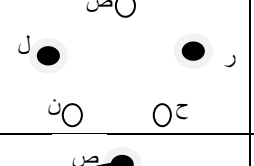
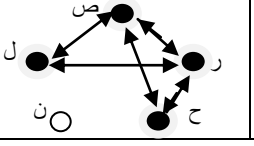
الجدول التالي يمثل التمثيلات والمراوحات بينها التي استخدمها المعلم نادر في شرح وحدة الجبر، وقد قام الباحث برصدها على شكل أربع فئات من الأنشطة: المفاهيم، والأمثلة، والتدريبات الصفية، والتمارين والمسائل. وسيمثل الشكل ○ اسم التمثيل، ويمثل الشكل ● نوع التمثيل الذي استخدمه المعلم نادر في شرح وحدة الجبر في الحصص التي شاهدها الباحث، بينما يدل اتجاه السهم على وجود مراوحة، فمثلا ر ⟵ ل تعني استخدام المعلم نادر لمراوحة من التمثيل بالرموز المكتوبة إلى التمثيل باللغة المحكية، بينما يدل ر ⟷ ل على استخدام المعلم نادر مراوحة من التمثيل بالرموز إلى التمثيل باللغة المحكية، وبنفس الوقت مراوحة من التمثيل باللغة المحكية إلى التمثيل بالرموز المكتوبة.

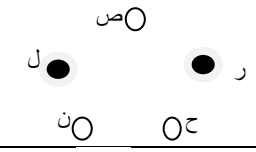
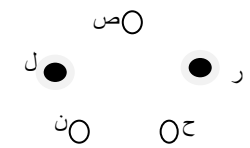
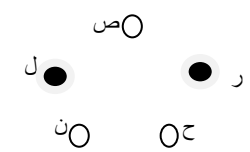
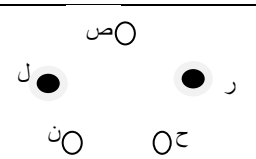
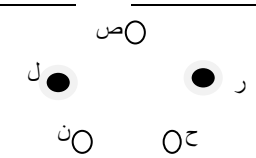
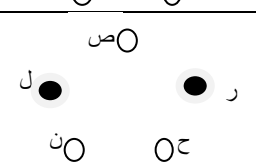
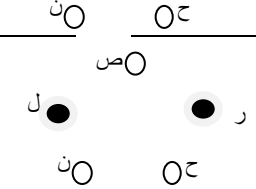
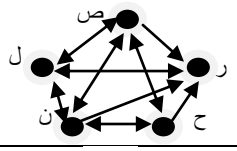
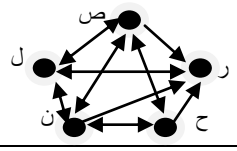
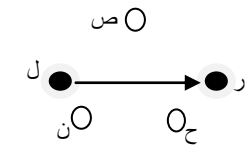
جدول التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها التي استخدمها المعلم نادر في حصصه

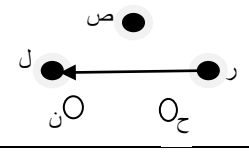
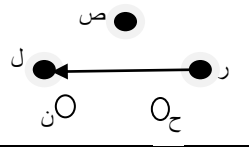
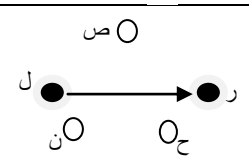
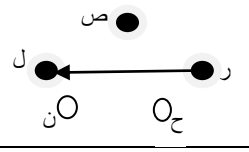
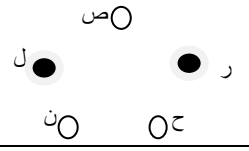
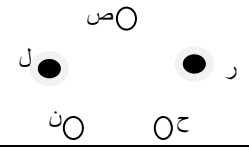
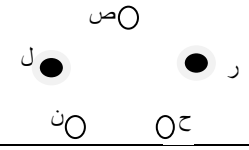
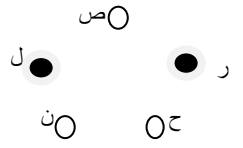
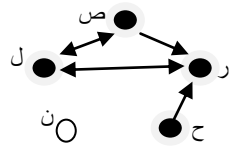
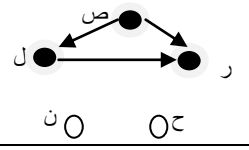
نوع التمثيل / النشاط	رقم النشاط	شرح النشاط	التمثيلات والمراوحات للنشاط
المفاهيم	1	القيمة العدية للمقدار الجبري	
	2	الحد الجبري	
	3	المقدار الجبري	
	٤	معامل الحد الجبري	
	٥	الحدود الجبرية المتشابهة	

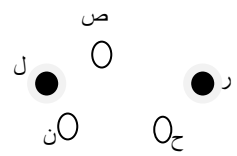
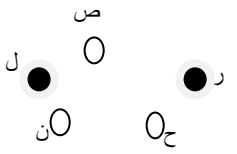
	٦	ضرب المقادير الجبرية	
	٧	حل المعادلة الجبرية	
المجموع		**٧ مفاهيم**	
الأمثلة	١	أعط ثلاثة حدود جبرية (٣ أجزاء)	
	٢	أعط ثلاثة مقادير جبرية (٣ أجزاء)	
	٣	أجد ناتج جمع الحدود الجبرية (٦ أجزاء)	
	٤	أجد ناتج طرح الحدود الجبرية (٥ أجزاء)	
	٥	(٩س+ ٧ ص) – (٢ س +٣ ص) = ٧ س + ٤ ص وضرب المعلم مثال من المواقف الحياتية على شخص مديون	
	٦	أجد ناتج طرح الحدود الجبرية (جزءان)	
	٧	٥ س+ ٧ص^{٢} +٢س –٣ ص^{٢}	
	٨	٥ل^{٢}+٣س ص –٧ل^{٢} +٧ ص س = $^{-}$ ٢ل^{٢}+١٠ س ص قال المعلم للطالب لتقريب الفكرة أن معك خمسة شواقل وعليك دين سبعة شواقل	

	٩	(س + ص)(ع + ل) رسم المعلم مستطيلا وقسمه إلى أربعة مستطيلات وطلب مساحة الشكل بعد أن وضع الأطوال عبيه	
	١٠	(٥ + ع)(٣ + س)	
	١١	(٣ + س)(٧ + ص)	
	١٢	(٣ أ – ٦)(ص + أ)	
	١٣	رسم المعلم مستطيلا ووضع عليه الطول والعرض بالرموز وطلب أيجاد مساحته	
	١٤	س × س = س^{٢}	
	١٥	ص^{٢} × ص = ص^{٣}	
	١٦	رسم المعلم على السبورة شكلا وطلب من الطلاب إيجاد مساحته	
	١٧	س + ٣ = ٥ (معادلة ورسم المعلم ميزان ذو كفتين لحلها)	
	١٨	س + ٧ = ١٢(معادلة ورسم المعلم ميزان ذو كفتين لحلها)	

	١٩	س + ٤ = ١٦ رسم ميزان وربط الفكرة بالحبل للجمع نربط حبلا بحبل آخر وللطرح نقص الحبل	
	٢٠	ص – ٢ = ٣ ⁻	
	٢١	س + ٧ = ١٢	
	٢٢	ع + ١٣ = ٢٠	
	٢٣	ص – ٧ = ١١	
	٢٤	٧ + س = – ٩	
	٢٥	ميزان ذو كفتين في إحدى الكفتين ٢س وفي الكفة الثانية ١٠غم	
	٢٦	٣ س = ٢١	
	٢٧	٤ س = ٣٦	
	٢٨	٧ – س = ١٢	
	٢٩	ميزان ذو كفتين في إحدى الكفتين ٢س + ٣ وفي الكفة الثانية١٠غم	

	٣٠	أحلل إلى العوامل (٥ س)	
	٣١	أحلل إلى العوامل (٤ س ص)	
	٣٢	أحلل إلى العوامل (١٥ س^{٢})	
	٣٣	أجد ع. م.أ. (١٢ أ ب ،٩ أ^{٢} ب)	
	٣٤	أجد ع. م.أ. (٦س^{٢} ص، ٩ س ص^{٢})	
	٣٥	أحلل إلى العوامل (٦س^{٢} ص+ ٩ س ص^{٢})	
	٣٦	أحلل إلى العوامل (س+١)(س−٢) +(س+١) (س−٢)^{٢}	
المجموع		**٥٠ مثالا**	
تدريبات صفية	**١**	١ أ ص ١٠٣ ميزان ذو كفتين في إحدى الكفتين ٤س وفي الكفة الثانية ١٠٠٠	
	٢	١ ب ص. ١٠٣ ميزان ذو كفتين في إحدى الكفتين ٣س+٥٠ وفي الكفة الثانية ٥٠٠	
المجموع		**تدريبان صفيان**	
التمارين والمسائل	**١**	٢ ص. ٨٤ أ (العدد الصحيح الذي يلي العدد س)	

	٢	٢ ص. ٨٤ ب (س + ١٢)	
	٣	٢ ص. ٨٤ ج (س + ١)	
	٤	٢ ص. ٨٤ د (ثلاثة أمثال العدد ع مقسوما على ٥)	
	٥	٢ ص. ٨٤ هـ (٤ ص)	
	٦	٣ ص.٨٤ أ (٢ س – ص)	
	٧	٣ ص. ٨٤ ب (س ص + س)	
	٨	٣ ص. ٨٤ ج (س – ص)	
	٩	٣ ص. ٨٤ د (س ص + (س–ص))	
	١٠	٤ ص. ٨٤ (إيجاد مساحة مربع)	
	١١	٥ ص. ٨٤ أ (إيجاد مساحة مثلث)	

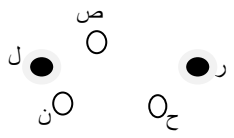
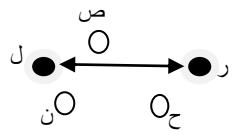
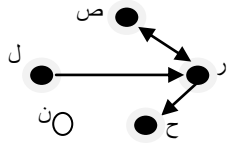
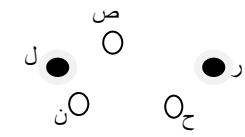
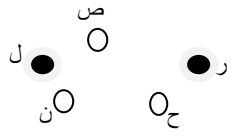
	١٢	٢ ص. ٨٩ أجد طرح الحدود الجبرية (٣ أجزاء)	
	١٣	١ ص. ١٠٦ أ (أجد العامل المشترك الأعلى) (٨١ س ص ، −٢١ س ص ، ٦ س^{٢} ص^{٢})	
المجموع		**١٥ تمارين**	

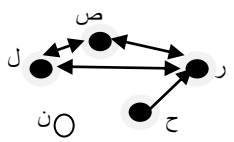
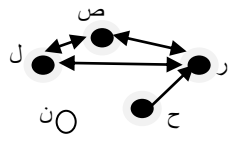
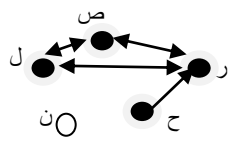
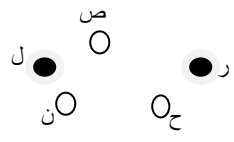
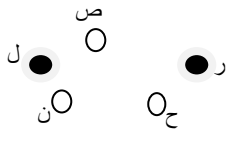
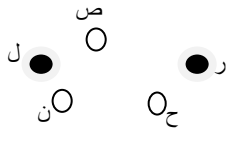
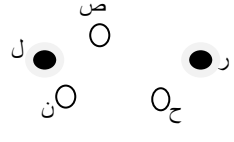
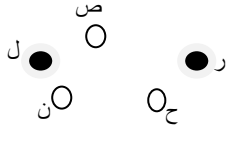
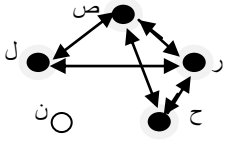
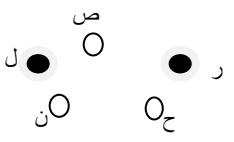
ملحق رقم (٥)

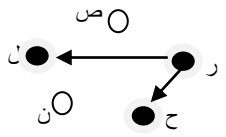
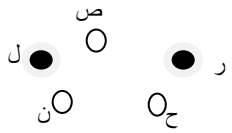
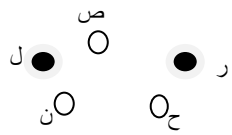
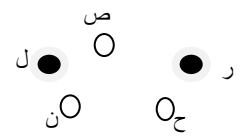
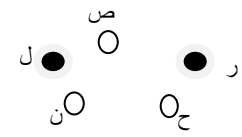
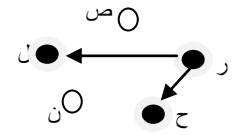
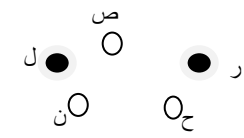
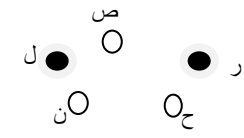
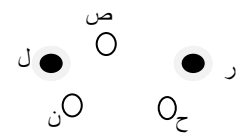
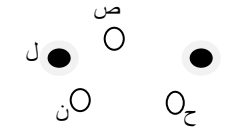
الجدول التالي يمثل التمثيلات والمراوحات بينها التي استخدمتها المعلمة أمل في شرح وحدة الجبر، وقد قام الباحث برصدها على شكل أربعة فئات من الأنشطة: المفاهيم، والأمثلة، والتدريبات الصفية، والتمارين والمسائل. وسيمثل الشكل ○ اسم التمثيل، ويمثل الشكل ●

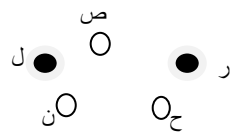
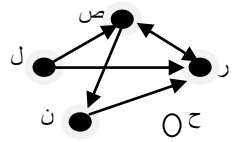
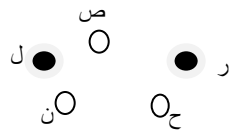
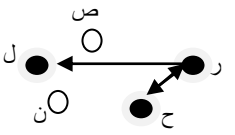
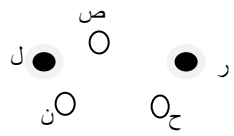
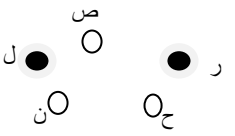
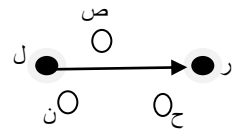
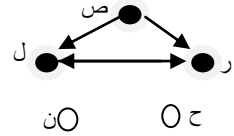
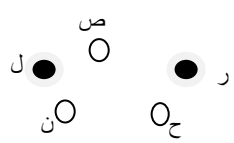
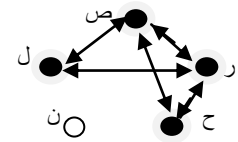
نوع التمثيل الذي استخدمته المعلمة أمل في النشاط المحدد، بينما يدل اتجاه السهم على استخدام المعلمة أمل مراوحة، فمثلا ر ⟵ ل تعني استخدام المعلمة مراوحة من التمثيل بالرموز المكتوبة إلى التمثيل باللغة المحكية، بينما يدل ر ⟷ ل على استخدامها مراوحة من التمثيل بالرموز إلى التمثيل باللغة المحكية وبنفس الوقت مراوحة من التمثيل باللغة المحكية إلى التمثيل بالرموز المكتوبة.

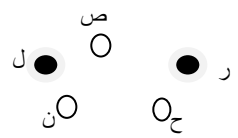
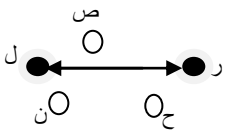
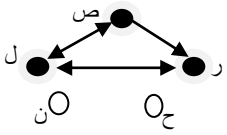
جدول التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها التي استخدمتها المعلمة أمل في حصصها

نوع التمثيل / النشاط	رقم النشاط	شرح النشاط	التمثيلات والمراوحات للنشاط
المفاهيم	١	الحدان الجبريان المتشابهان	
	٢	مفهوم المعادلة	
	٣	حل المعادلة الجبرية	
	٤	المقدار الجبري	
المجموع		٤ مفاهيم	
الأمثلة	١	٢ س – ٣ص س	

	٢	قطعة أرض طولها س وعرضها ص المطلوب مساحتها	
	٣	قطعة أرض طولها ع وعرضها ص المطلوب مساحتها	
	٤	مجموع مساحتي قطعتين من الأرض	
	٥	٥(س + ٢)	
	٦	−٥(٢س+٣ص)	
	٧	٢س(٣ص−٦ع+٥)	
	٨	س + ٣ = ٦	
	٩	ص − ٤ = ١٠	
	١٠	رسم ميزان ووضع في كفة ٤ أكياس وفي الثانية ١٠٠٠ غم	
	١١	−٣ س = ١٢	

	١٢	٢ س – ٥ = – ٣ (ربط عملية الجمع بالصاحب والضرب بالابن ويتخلى الناس عن الصاحب قبل الابن)	
	١٣	$\frac{ص}{4}$ + ٢= ٥	
	١٤	٥ ع = ٣٠	
	١٥	أ – ٢ = ب	
	١٦	–٤ب+٢ =–١٠	
	١٧	٣س–٥=٢س+١ (ذكرت أن الأخوات تنام في نفس البيت لتوضيح نقل المتغيرات في نفس الجهة)	
	١٨	–٢ص = ١٢	
	١٩	٣ص–٥= ٤ص+٢	
	٢٠	أجد العامل المشترك ألأعلى (خمسة أجزاء)	
	٢١	أحلل إلى العوامل الأولية (أربعة أجزاء)	

	٢٢	أجد مفكوك الأقواس (ثلاث أجزاء)	
	٢٣	س^{٢} – ص^{٢} = (س – ص) (س + ص) مربع طول ضلعه س قص منه مربع صغير طول ضلعه ص أوجد المساحة المنطقة المتبقية (استخدم الورق)	
	٢٤	أحلل إلى العوامل (خمسة أجزاء)	
المجموع		٣٧ جزءا	
التدريبات الصفية	١	جمع حدود ومقادير جبرية، (وضح العملية بضرب مثال على شكل طالب مديون وطالب معه مبلغ) ١ ص. ٨٩ أ	
	٢	أجد ناتج جمع حدود ومقادير جبرية ١ ص. ٨٩ (جزءان)	
	٣	أجد باقي الطرح ٢ ص. ٨٩ (ثلاث أجزاء)	
	٤	عددان صحيحان الأول س، والثاني ضعفي العدد الأول مضاف إليه ٣، ما مجموع العددين، وكم يزيد العدد الثاني عن العدد الأول؟ ٣ ص. ٩٠ (جزءان)	
	٥	أجد محيط كلا من الأشكال الهندسية التالية؟ ٤ ص. ٩٠ (ثلاث أجزاء)	
	٦	اكتب ما يلي دون استخدام الأقواس ١ ص. ٩٤ (أربعة أجزاء)	
	٧	أجد قيمة س على شكل ميزان ذو الكفتين، ١ص. ١٠٣ (جزءان)	

	٨	أجد مجموعة حل المعادلات، ٢ ص. ١٠٣ (أربعة أجزاء)	
المجموع		**٢١ تدريباً**	
التمارين والمسائل	١	عددان متتاليان مجموعهما ٢٧ فما العددان؟ ٢ ص. ١٠٣	
	٢	محيط مربع ٣٢ سم أوجد طول ضلع المربع؟ ٣ ص. ١٠٣	
المجموع		**تمرينان**	

ملحق رقم (٦)

أسئلة مقترحة لمقابلة العينة من المعلمين المشاركين في الدراسة:

١) المؤهل العلمي:

أ) دبلوم متوسط.

ب) بكالوريوس رياضيات.

ت) ماجستير.

ث) بكالوريوس رياضيات مع دبلوم تربية.

ج) ماجستير تربية في تعليم الرياضيات.

ح) ما عدا ذلك، وما هو إن وجد؟

٢) عدد السنوات في تدريس الرياضيات:

أ) أقل من سنتين.

ب) من سنتين إلى ٥ سنوات.

ت) أكثر من ٥ سنوات.

٣) عدد السنوات في تدريس وحدة الجبر للصف السابع:

أ) أقل من سنتين.

ب) من سنتين إلى ٥ سنوات.

ث) أكثر من ٥ سنوات.

٤) من خلال ملاحظتي للحصص التي حضرتها، لاحظت أنك قدمت المفاهيم الجبرية (مثل مفهوم الحد الجبري) شفويا، لماذا لم تقم بكتابة تعريف المفهوم (مثل الحد الجبري) على السبورة؟

٥) ما أهمية كتابة تعريف المفهوم على السبورة؟

٦) في درس الحدود الجبرية المتشابهة قمت بتقديم تمثيل واحد، هل تعتقد أن تقديم أكثر من تمثيل يمكن أن يساعد في تعلم أفضل للطلبة؟ لماذا؟

٧) في درس ضرب المقادير الجبرية هل تعتقد أن تقديم المفهوم للطالب دون الرسم يساعد الطالب؟ لماذا؟ إذا كان الجواب لا، لو قدمنا للطالب حل وسط، مثل رسم مستطيل مقسوم إلى مستطيلين، هل سيساعد ذلك الطالب؟ لماذا؟

٨) كيف يمكن أن تساعد التمثيلات الرياضية المتعددة في تجنب أخطاء، مثل ٥+٢س =٧س، ٥ س – س = ٥؟

٩) في شرح درس الفرق بين مربعين لو طُلِب من كل طالب أن يمثل الفرق بين مربعين بقص مربع صغير من المربع الكبير، هل تعتقد/ين أن هذا سيساعده على فهم مفهوم الفرق بين مربعين؟ لماذا؟

١٠) ما أهمية استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في شرح وحدة الجبر للصف السابع، ولماذا؟

١١) وضع التربويون خمسة تمثيلات رياضية وهي: النماذج والمجسمات، والصور والأشكال، والمواقف الحياتية، واللغة المحكية والرموز، أي هذه التمثيلات أظهر الطلاب مرونة في التعامل معها وفهم المفاهيم من خلال عرض المفهوم باستخدامها؟

١٢) لو طُلِب منك/ي المشاركة في تطوير وحدة الجبر للصف السابع، فما هي التمثيلات التي تقترح/ين إضافتها؟

١٣) لو طُلِب منك/ي المشاركة في تطوير وحدة الجبر للصف السابع، فما هي التمثيلات التي تقترح/ين حذفها؟

١٤) في دراستك/ي الجامعية هل تعرفت/ي على استخدام التمثيلات الرياضية للمفاهيم الرياضية؟ ما هي التمثيلات التي تعرفت/ي عليها؟